

1. Seja dada a gramática livre do contexto abaixo. Diga o que esta gramática gera como linguagem, justificando sua resposta.

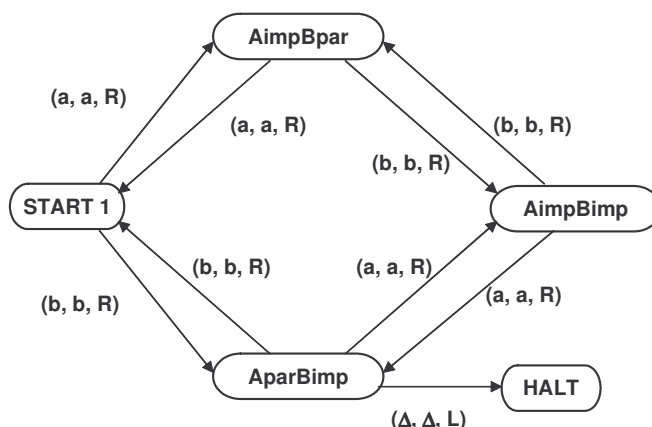
- $S \rightarrow aAS \mid a$
- $A \rightarrow SbA \mid SS \mid ba$

Solução: A linguagem gerada por esta gramática possui as seguintes características, entre outras:

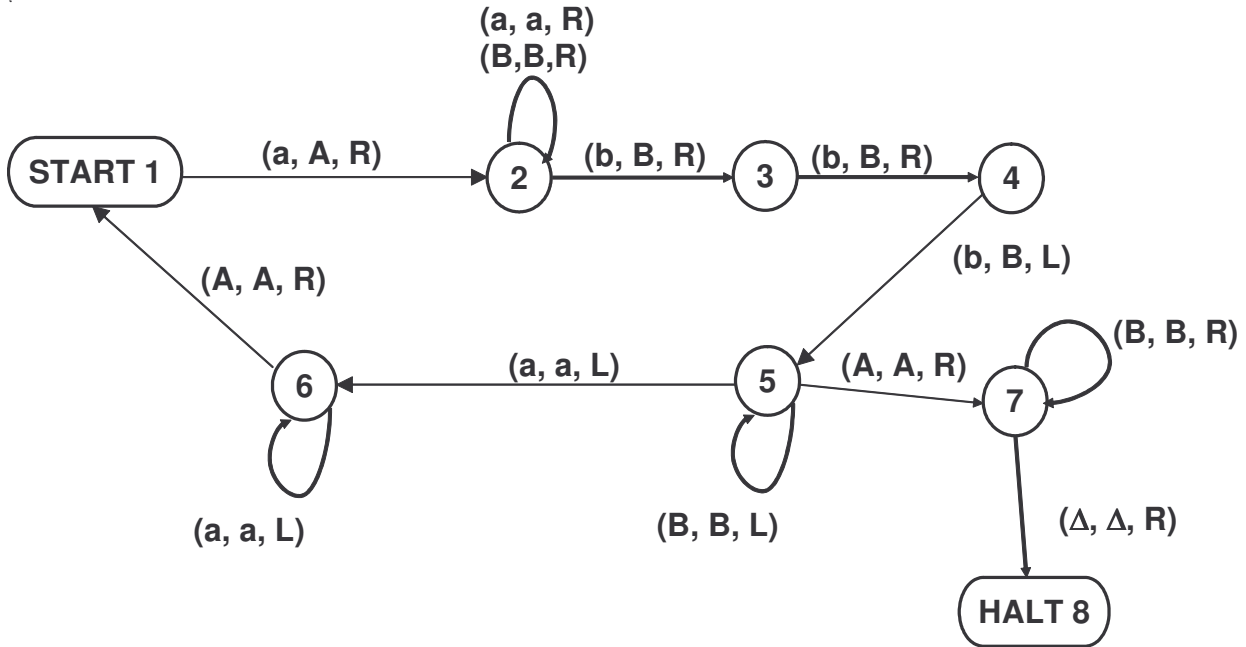
- A gramática que a define é uma CFG.
- Toda palavra da linguagem começa e termina pela letra a, pois todas as produções que partem de S geram um a no início da palavra e apenas podem inserir a no final desta como último símbolo; além disto, quando uma produção parte de A também só pode gerar a no final da palavra. Adicionalmente, quando uma produção parte de A pode-se gerar A no início da palavra, mas este A jamais estará no início da palavra em construção.
- A linguagem aceita palavras contendo apenas a's, mas apenas aquelas cujo número de letras obedeça à fórmula nº de a's = $(3n+1)$, com $n=0, 1, 2, \dots$. Isto ocorre porque toda aplicação de S gera exatamente 1 a e opcionalmente 1 novo S, à direita de aA. Isto acoplado ao fato de que a única forma de produzir outros a's passa por A, gerando SS (o único lado direito de produção que não gera terminais), faz com que o número de a's a partir de 1 (mínimo possível) pule de 3 em 3 elementos (i. e. 1, 4, 7, 10, 13, ...)
- Nenhuma palavra possui mais de 2 b's consecutivos. É possível produzir 2 b's consecutivos aplicando em seqüência as duas produções $A \rightarrow SbA, A \rightarrow ba$, mas nunca 3 b's consecutivos, pois S não produz b's, e quando A produz b, produz exatamente 1 b precedido por S, que vai inserir pelo menos 1 a à esquerda do b, e sucedido por A, que se transforma em S (que gera a's) ou em exatamente ba.

2. Implemente uma máquina de Turing que aceite cadeias de a's e b's colocadas a partir do início da fita da máquina, e onde o número de a's é par e o número de b's é ímpar. Assuma que a cadeia de a's e b's termina pelo caracter branco, Δ. Lembra-se que zero é par.

Solução:



3. Analise a máquina de Turing abaixo e diga o que ela faz. Para tanto assuma que ela processa cadeias de a's e b's a partir do início da fita, cadeias estas terminadas pelo primeiro caracter branco. Explique que linguagem é aceita pela máquina, que linguagem é rejeitada e cite que processamento é realizado na fita ao longo de uma execução da máquina:



Solução: A linguagem aceita por esta máquina é $(a^n b^{3n})$, pois para cada a detectado no início de uma seqüência de a's na parte inicial da palavra (estados 1 e 2) procuram-se exatamente 3 b's após esta seqüência (estados 2, 3 e 4). Após achados estes b's, volta-se ao último a achado e trocado por A e procede-se em laço, até que a seqüência $a^n b^{3n}$ seja toda processada. Após processar esta seqüência no início da fita, a máquina somente não quebrará se esta seqüência for sucedida por 1 caracter branco (Δ) (transição entre estados 7 e 8).

Toda palavra não aceita faz a máquina quebrar, logo a linguagem rejeitada é $(a^n b^{3n})'$.

O processamento realizado consiste em trocar cada a processado por A e cada b processado por B. Ao final do processamento de uma palavra, se esta foi aceita, o início da fita conterà uma seqüência na forma $(A^n B^{3n})$, sucedida por pelo menos 1 branco e o cabeçote de leitura se encontra na última letra desta palavra.