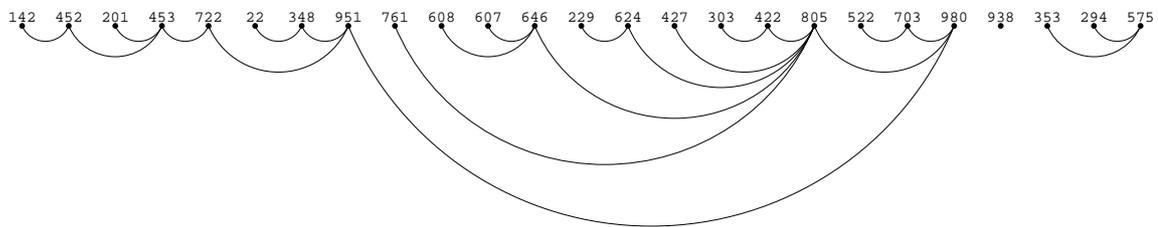


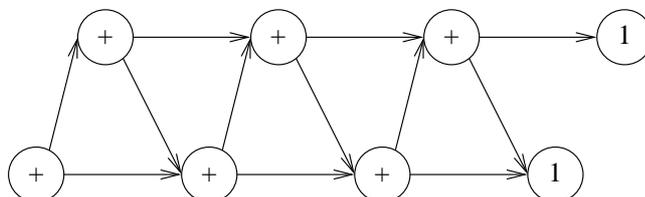
Lista de exercícios sobre grafos

Prof. João B. Oliveira

1. Um grafo não-dirigido com V vértices pode ter no máximo quantas arestas? (Pense na representação das arestas deste grafo em uma matriz de adjacência)
2. Mostre que um grafo não-dirigido, acíclico e com apenas um componente que tem V vértices tem que ter $V - 1$ arestas. Que tipo de grafo especial é esse?
3. Quantos grafos não-dirigidos diferentes podem existir se seus vértices são as letras de a até e ? (Pense na representação das arestas deste grafo em uma matriz de adjacência e você vai descobrir que é um número enorme)
4. Escreva um programa que imprime n números aleatórios. Em seguida, construa um grafo onde cada número representa um vértice do grafo e está ligado ao primeiro nodo à sua direita que tem valor maior do que ele. Um exemplo está na figura a seguir. Depois responda às seguintes perguntas:



- (a) Qual o número máximo de arestas que este tipo de grafo pode ter? Qual o número mínimo de arestas?
 - (b) É possível que em um grafo deste tipo as arestas se cruzem? Prove a sua resposta.
5. Você sabe que a matriz de adjacência que representa um grafo *não-dirigido* com V vértices é simétrica e portanto quase metade da matriz não precisaria ser armazenada. Neste caso, a matriz poderia ser “compactada” usando-se um array de comprimento $V * (V + 1)/2$. Ache uma maneira de manter no array os mesmos dados de uma matriz de adjacência descartando as informações redundantes. Mostre como fazer a inserção de uma nova aresta nesta estrutura.
 6. Implemente os algoritmos de caminhamento a seguir:
 - (a) Caminhamento em profundidade recursivo;
 - (b) Caminhamento em largura;
 - (c) Caminhamento em profundidade não-recursivo;
 7. Para o grafo ao lado, que representa uma coleção de vértices contendo valores inteiros, escreva um algoritmo que percorre os vértices do grafo calculando o valor que cada vértice representa. Certifique-se de que um vértice tem os seus operandos já disponíveis quando vai ser calculado!



8. Para um grafo não-dirigido G e um vértice v de G , apresente um algoritmo `Posso_alcançar(G, v)` que imprime os vértices que podem ser alcançados a partir do vértice v mas não repita vértices na saída.
9. Para um grafo G e vértices u e v pertencentes a G , apresente um algoritmo `Caminhos(G, u, v)` que conta quantos são os caminhos diferentes de u até v .
10. Dado um grafo não-ponderado e não-dirigido G e dois vértices u e v pertencentes a G , apresente o algoritmo que determina a menor distância (em número de arestas) de u a v . O que você teria de fazer se quisesse um algoritmo que procura a **maior** distância? (Pode parecer uma mudança pequena, mas este é um problema NP-completo!)
11. Dado um grafo não-ponderado e não-dirigido G e dois vértices u e v pertencentes a G , apresente um algoritmo **recursivo** que determina a menor distância (em número de arestas) de u a v .
12. Mostre que em um grafo G não-dirigido existe sempre um número par de vértices de grau ímpar.
13. Determine se esta afirmação é verdadeira ou falsa: em um grafo G dirigido e com V vértices, se cada vértice tem grau de saída maior do que zero, então G tem pelo menos um ciclo.
14. Mostre que em um grafo G não-dirigido e sem laços existem pelo menos dois vértices que tem o mesmo grau.
15. Coloque os números de 1 a 15 de forma aleatória em um vetor P e crie um grafo com 15 nodos, baseado no vetor desta forma: se o elemento i está na posição j do vetor então no grafo existe uma aresta do vértice i para o vértice j . Depois de desenhar o grafo correspondente, responda às seguintes questões:
 - (a) Qual o grau de cada vértice neste grafo? Explique o motivo.
 - (b) Pode haver um vértice que não pertença a um ciclo?
 - (c) Qual o número máximo de ciclos **de comprimento 1** que podem existir neste tipo de grafo? Mostre um vetor que origina esta situação.
 - (d) Qual o número máximo de ciclos **de comprimento 2** que podem existir neste tipo de grafo? Mostre um vetor que origina esta situação.
 - (e) Qual o número mínimo de ciclos que pode existir? Mostre um vetor que origina esta situação.
 - (f) De quantas formas diferentes o vetor P pode ser construído de forma que exista apenas um ciclo com todos os elementos?
16. Para um grafo dirigido G , a *atingibilidade* de um nodo v é o número de nodos que tem um caminho até v . Apresente um algoritmo que recebe um grafo G e apresenta a atingibilidade de cada nodo do grafo.
17. Para um grafo não-ponderado G apresente um algoritmo `Centro(G)`, que determina o vértice central em G . (A primeira pergunta a ser respondida é descobrir o que é o vértice central de um grafo.)
18. Escreva um algoritmo que lista todas as arestas de um grafo que são pontes.

19. Escreva um algoritmo que recebe um grafo não-dirigido G e verifica se seus nodos podem ser pintados de preto ou branco sem que dois vizinhos tenham a mesma cor.
20. Você foi trabalhar em uma clínica médica que funciona de terça a domingo. Os oito médicos que são sócios da clínica precisam refazer suas escalas de plantão e pedem a sua ajuda. As condições são as seguintes:
- (a) Os médicos se chamam André, Beto, Cláudia, Diana, Edson, Flávio, Gérson e Hilda.
 - (b) Não é preciso ter mais de dois médicos de plantão a cada noite.
 - (c) As noites de sexta e sábado são mais movimentadas e podem ter três médicos.
 - (d) Os doutores aceitam vir até cinco noites na semana, mas Flávio e Hilda já falaram que trabalham no máximo três noites na semana porque tem filhos pequenos.
 - (e) O doutor Beto não quer trabalhar na sexta.
 - (f) Os doutores André e Diana são casados e querem vir trabalhar sempre juntos.
 - (g) Os doutores Beto e Gérson se odeiam e não querem trabalhar nas mesmas noites.

Agora modele este problema como um grafo, ligando os médicos com os dias da semana em que eles podem trabalhar. Tente modelar todas as situações que foram dadas.