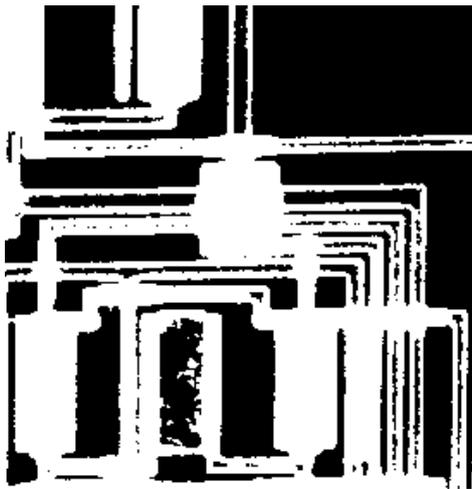
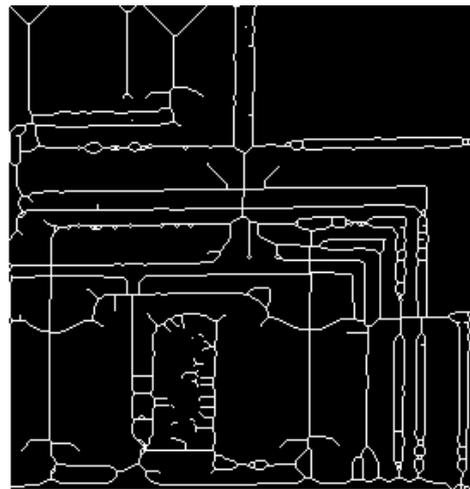


Simulação Gráfica

Morfologia Matemática



Original Image

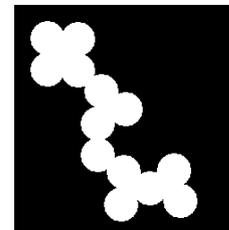
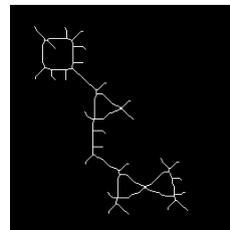
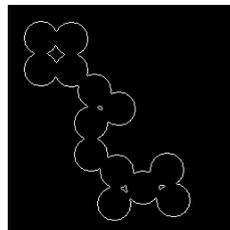
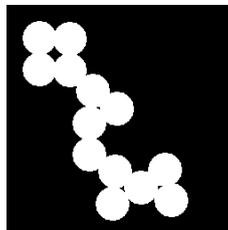


Skeletonization of Image

Julio C. S. Jacques Junior

Morfologia

- Palavra denota uma área da biologia que trata com a forma e a estrutura de animais e plantas.
- No contexto de Morfologia Matemática:
 - Ferramenta para extração de componentes de imagens, úteis na representação e descrição da forma de uma região (fronteiras, esqueleto, etc).
 - Pré e pós processamento



Motivação

- Remoção de fragmentos indesejáveis (filtro morfológico)

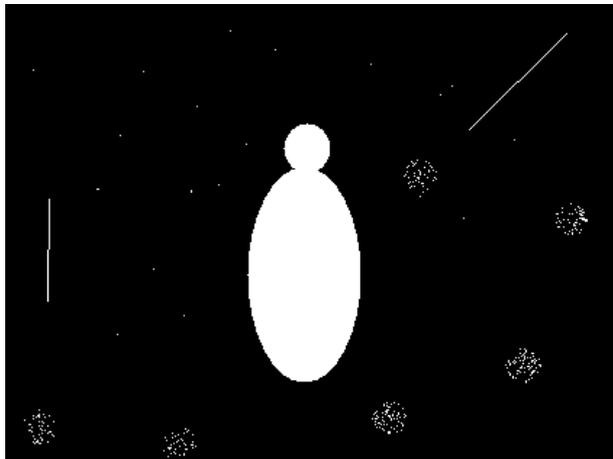
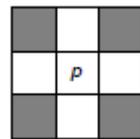
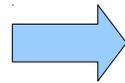
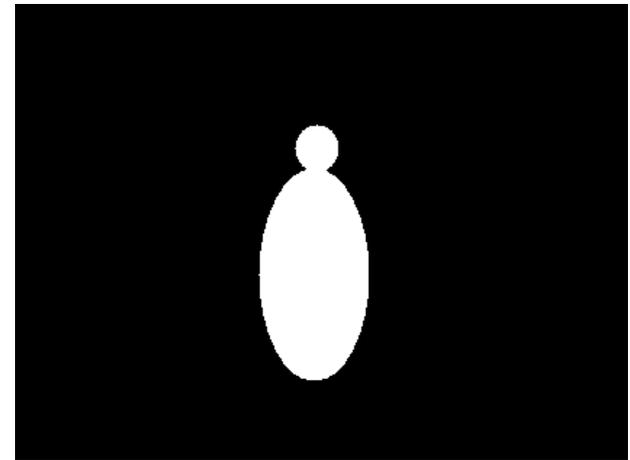


Imagem binária original



kernel



Erosão

Motivação

- Desconectar regiões

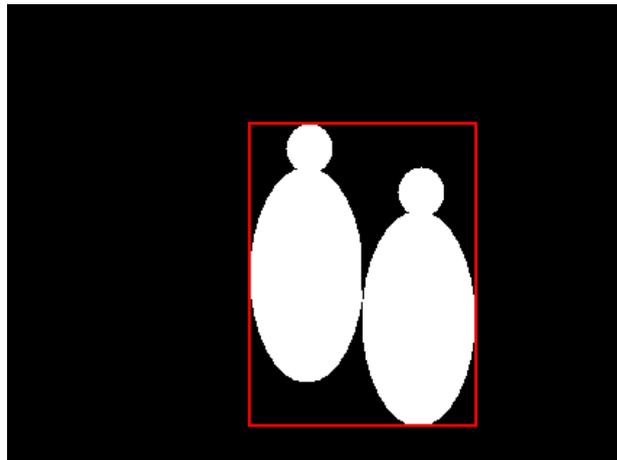
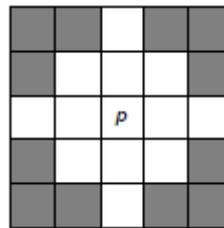
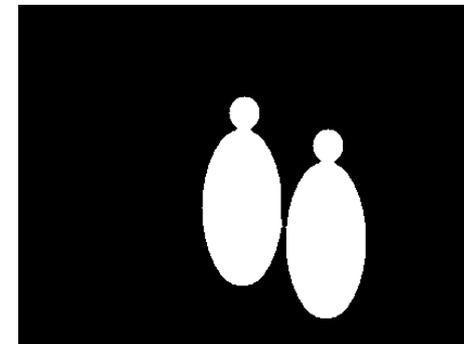


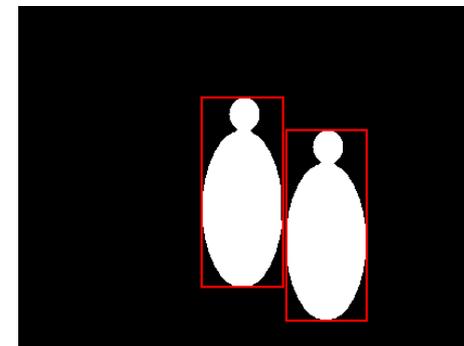
Imagem binária original



kernel

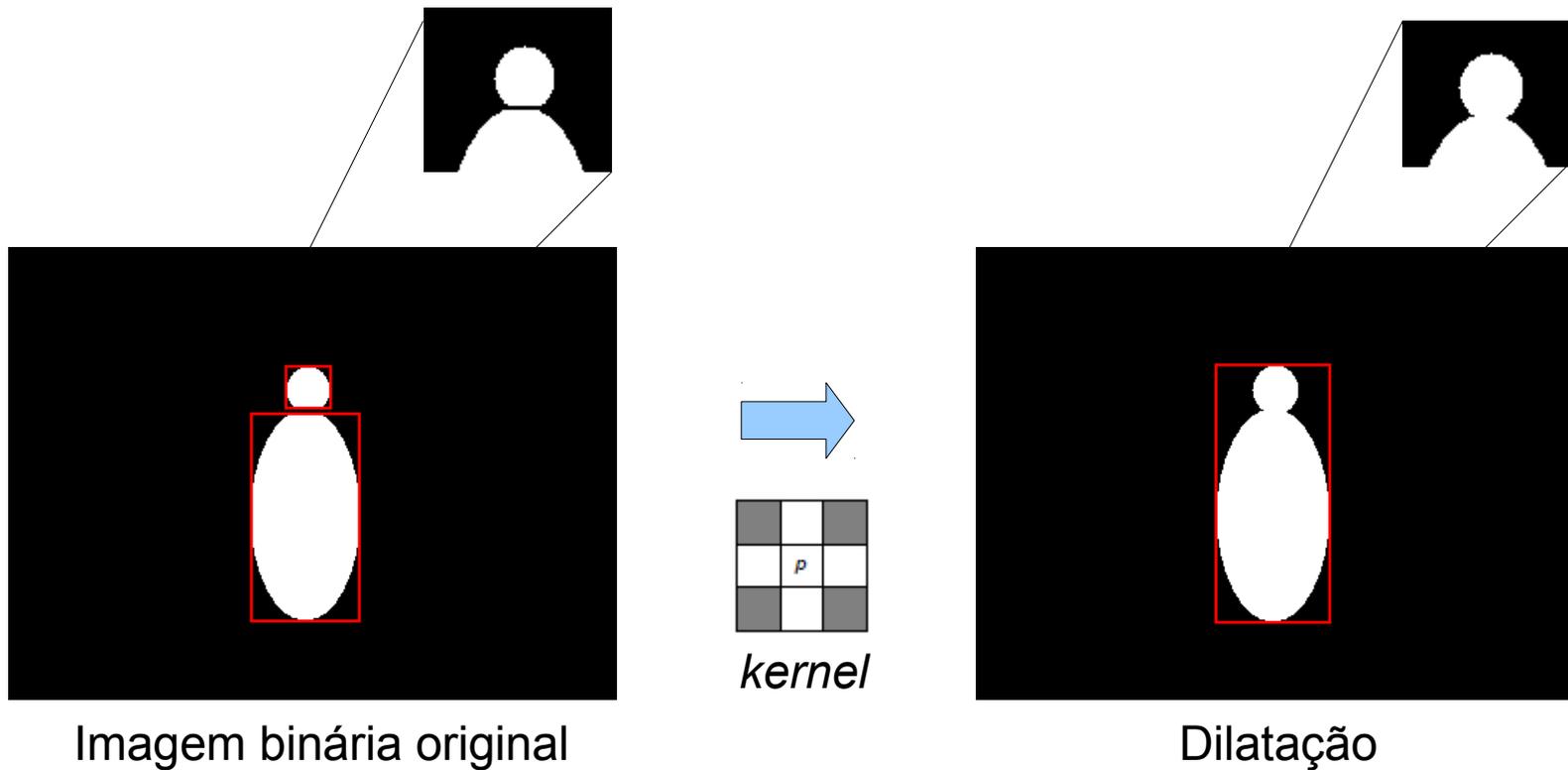


Erosão



Motivação

- Conectar regiões fragmentadas



Motivação

- Afinamento, esqueletização



Afinamento

Preliminares

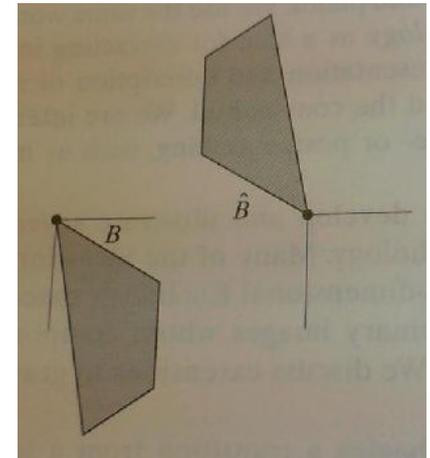
- Teoria dos conjuntos
 - Ex.: conjunto de todos os pixels pretos em uma **imagem binária** (cada elemento do conjunto é um vetor bidimensional de coordenadas xy , no Z^2)
 - Na **escala de cinzas**, as imagens podem ser representadas por conjuntos cujos componentes estejam em Z^3 (coordenadas xy e valor de intensidade)

Preliminares

- **Reflexão**

- \hat{B} é o conjunto de pontos em B cujas coordenadas (x,y) foram alteradas para $(-x,-y)$

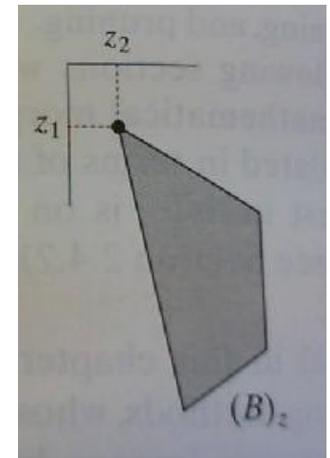
$$\hat{B} = \{w \mid w = -b, \text{ for } b \in B\}$$



- **Translação**

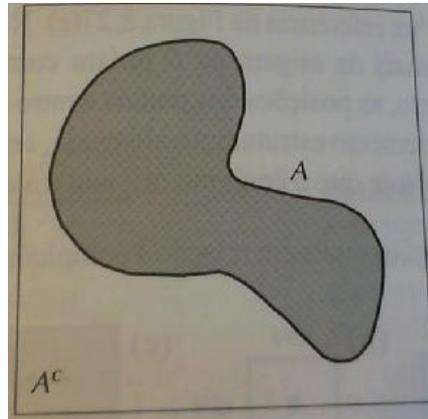
- B_z é o conjunto de pontos em B cujas coordenadas (x,y) foram alteradas para $(x+z_1, y+z_2)$

$$(B)_z = \{c \mid c = b + z, \text{ for } b \in B\}$$



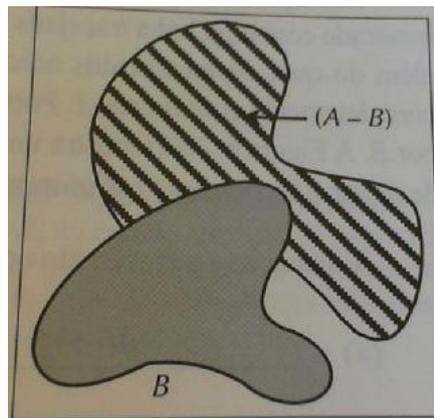
Preliminares

- **Complemento**



$$A^c = \{x \mid x \notin A\}$$

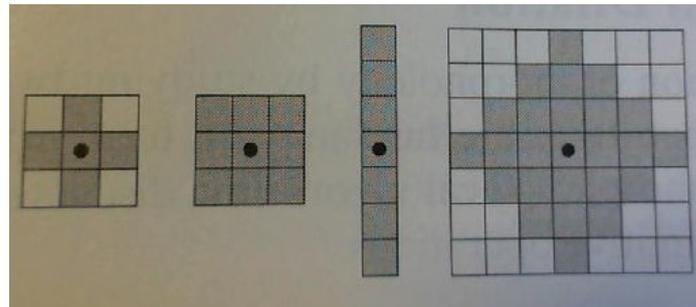
- **Diferença**



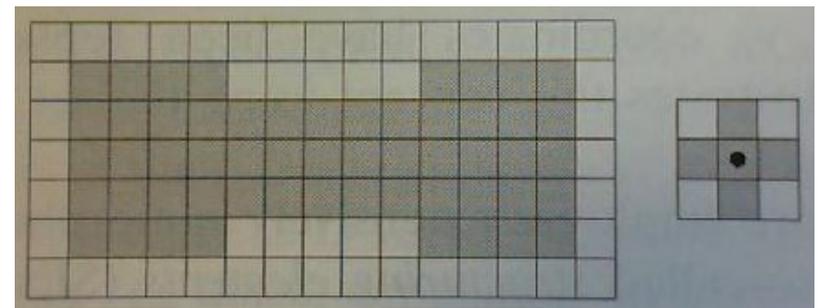
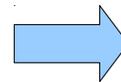
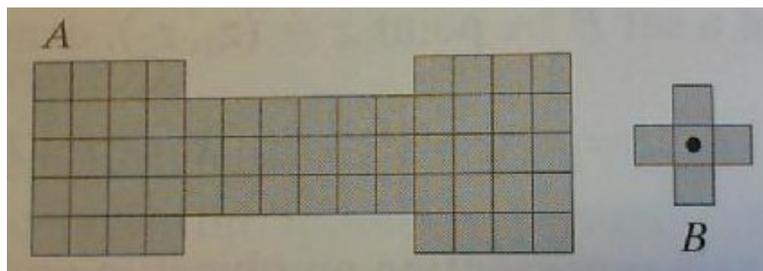
$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\} = A \cap B^c$$

Structuring elements

- Exemplos de elementos estruturantes (ou *kernel*)

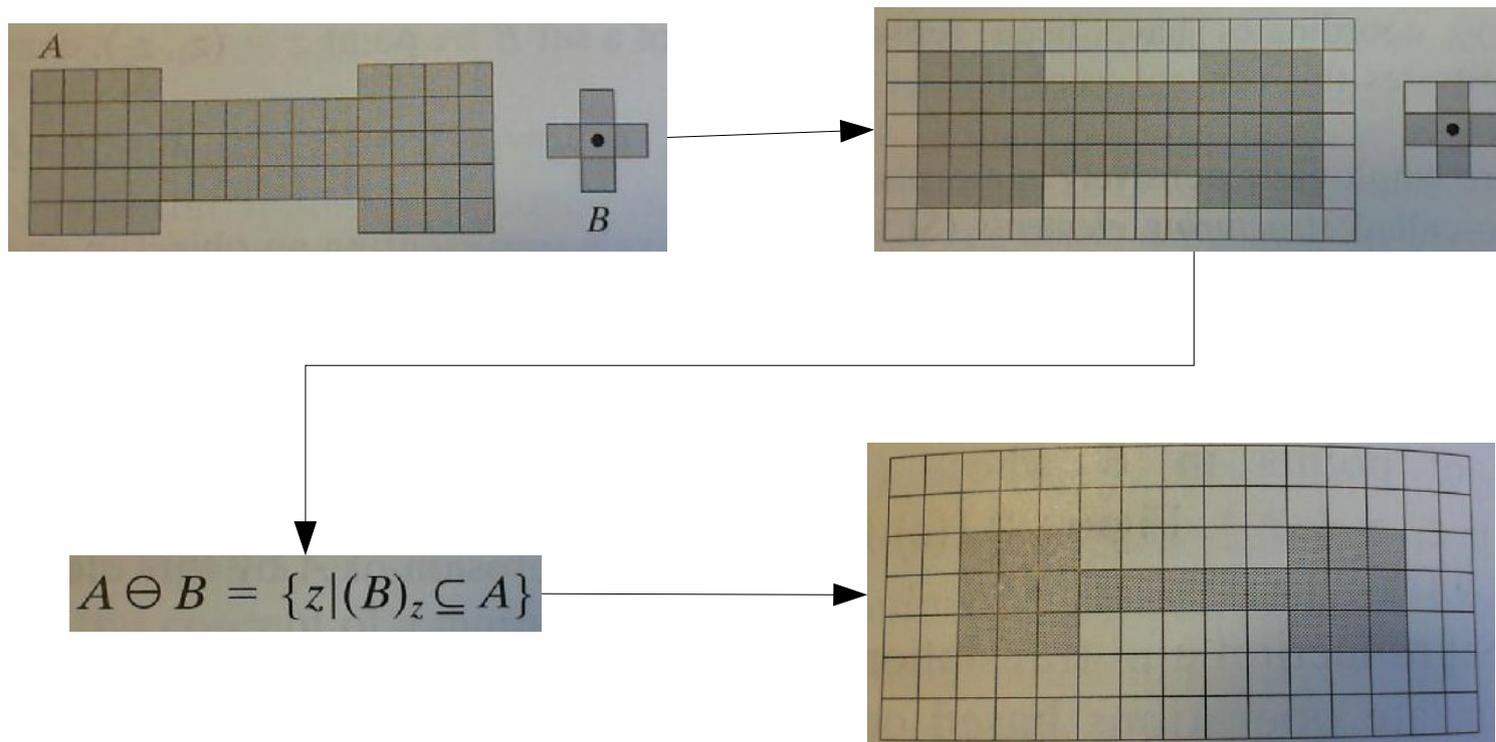


- Tratamento especial nas bordas da imagem

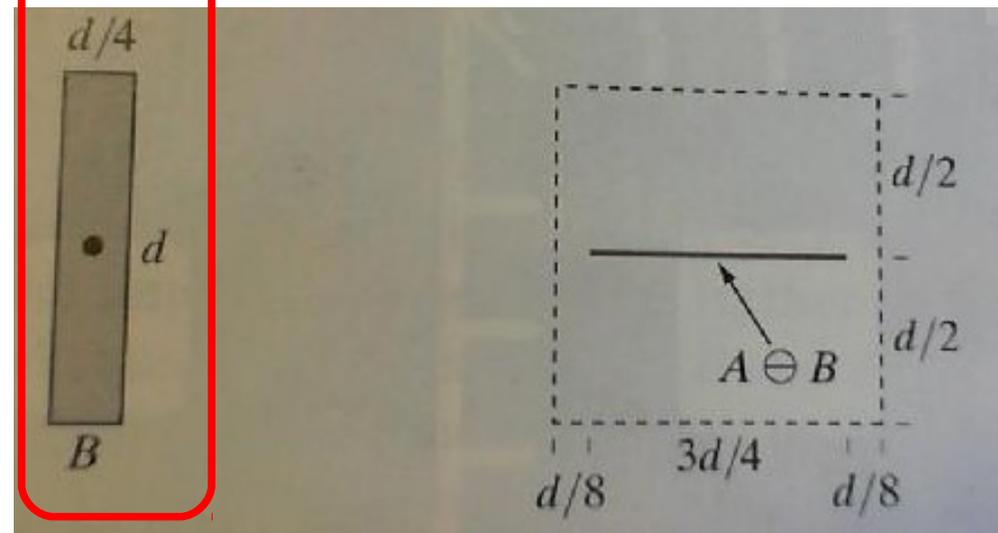
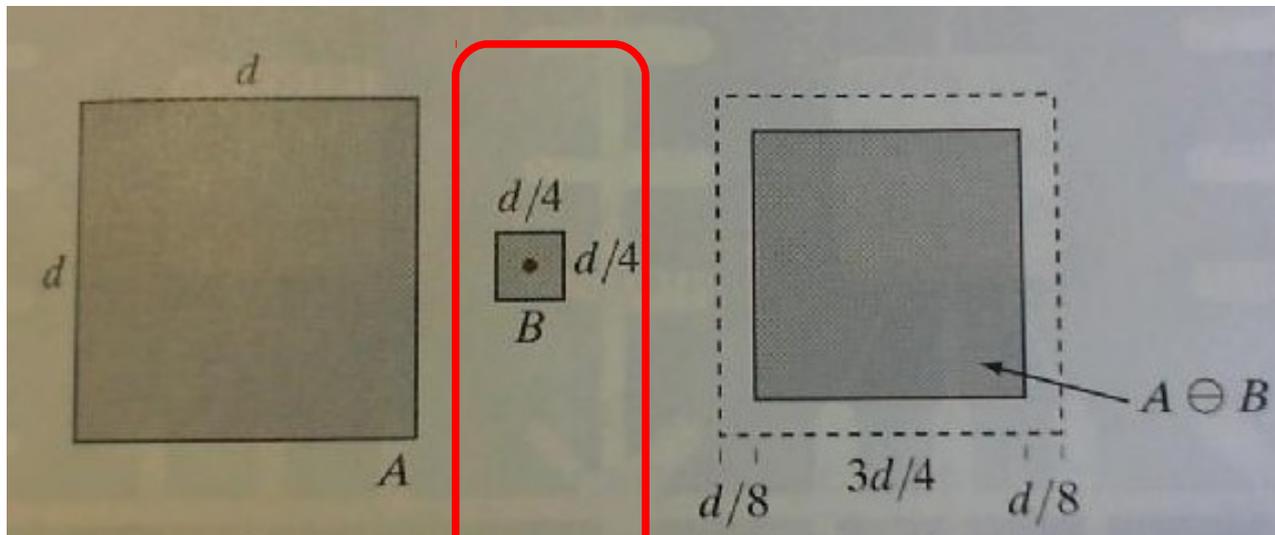


Erosão

- A erosão de **A** por **B** é o conjunto de todos pontos z , tal que **B** transladado por z está contido em **A**.



Erosão: exemplos



Erosão: exemplo (filtro morfológico)

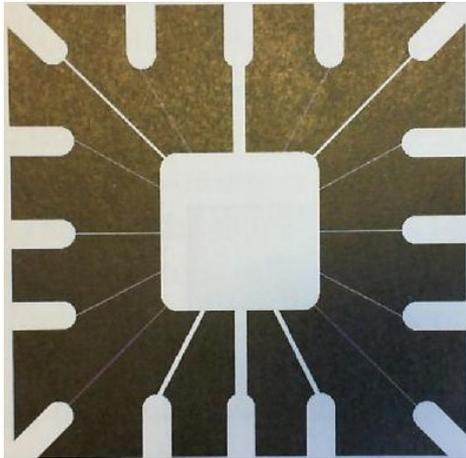
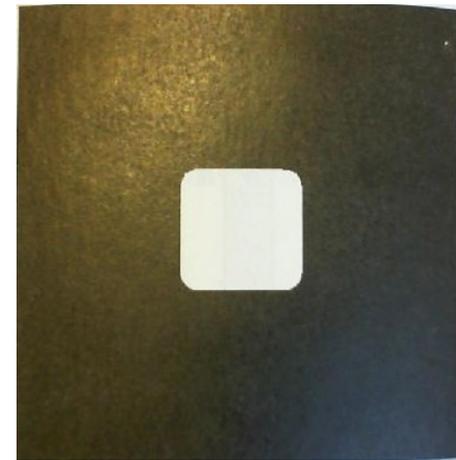
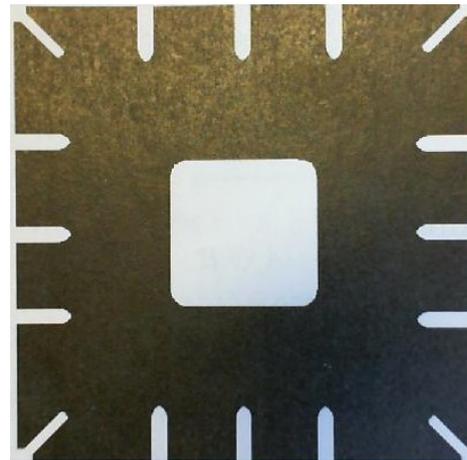
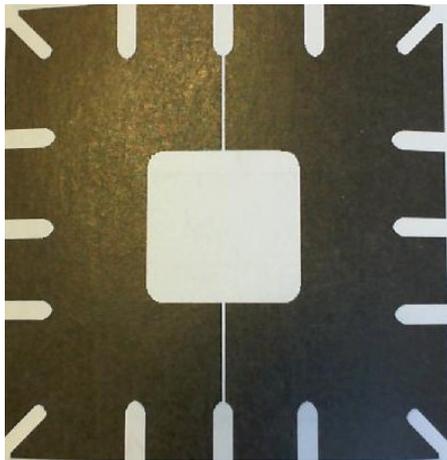


Imagem binaria de entrada

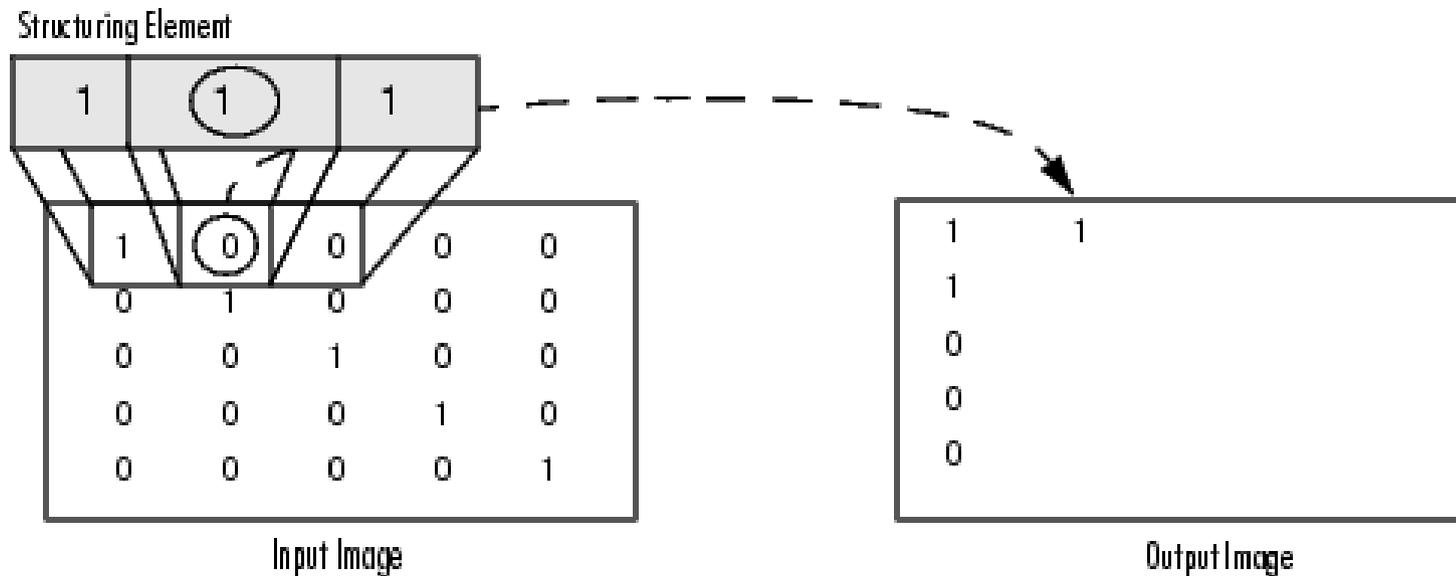


Elemento estruturante quadrado = 11x11, 15x15 e 45x45, respectivamente.

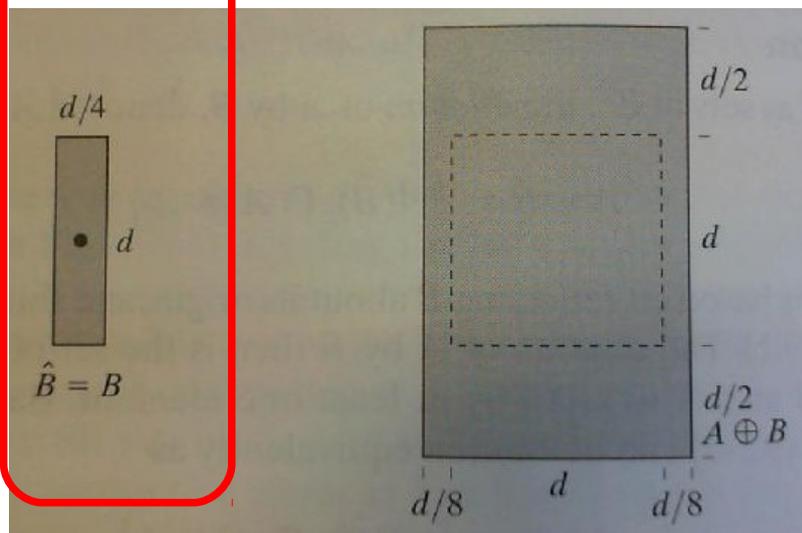
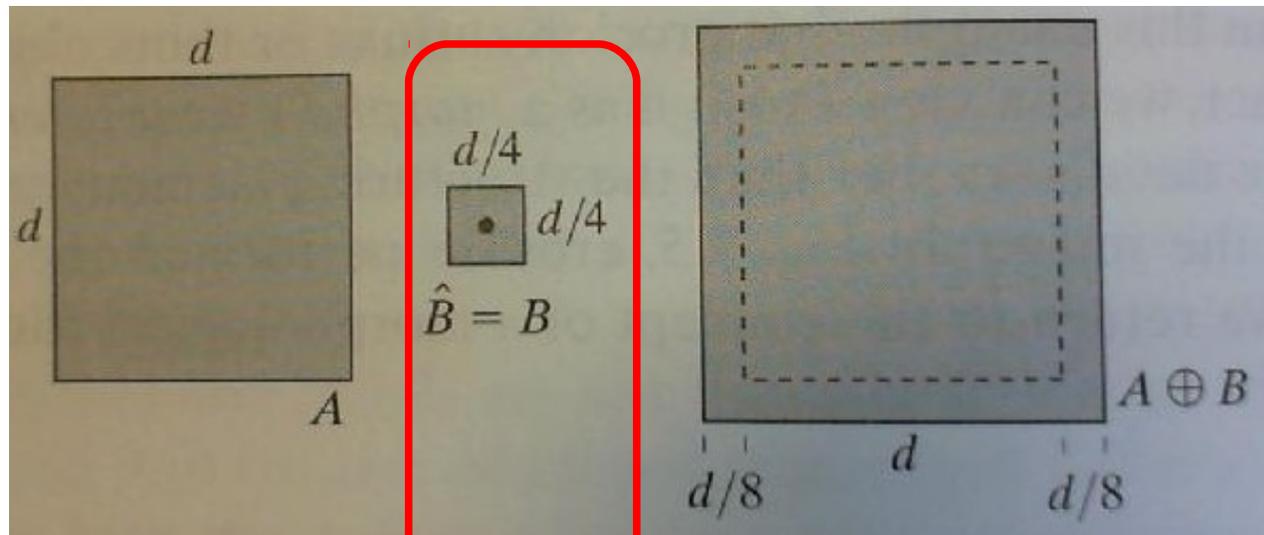
Dilatação

- A dilatação de **A** por **B** é definida como o conjunto de todos os deslocamentos z , de modo que $\hat{\mathbf{B}}$ e **A** estejam sobrepostos por pelo menos um elemento.

$$A \oplus B = \{z | [(\hat{B})_z \cap A] \subseteq A\}$$



Dilatação: exemplos



Dilatação: exemplo

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



0	1	0
1	1	1
0	1	0

Abertura e Fechamento

- **Abertura**

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

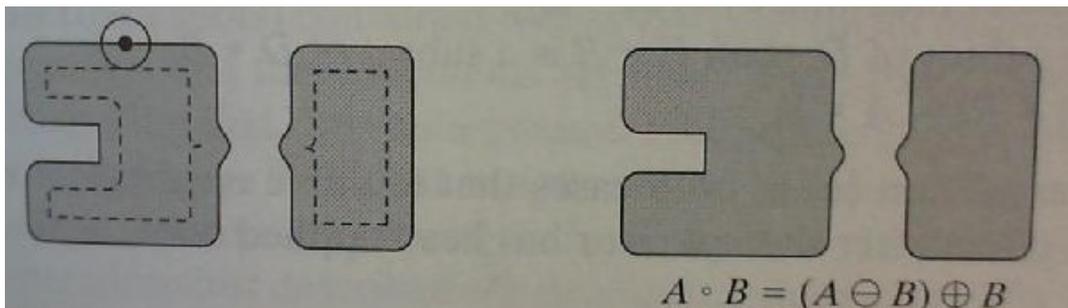
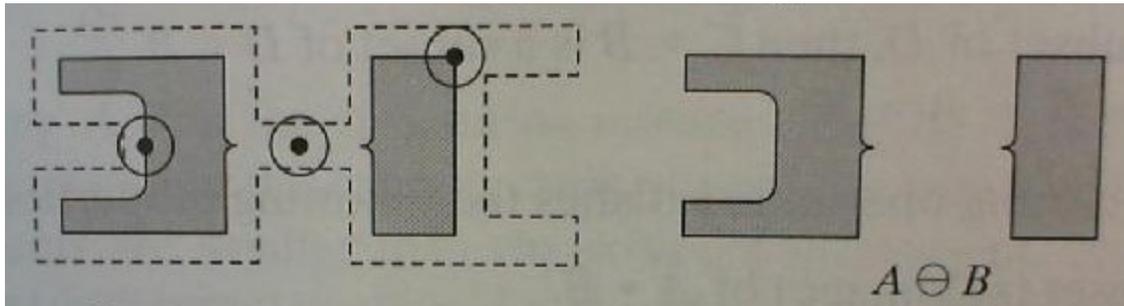
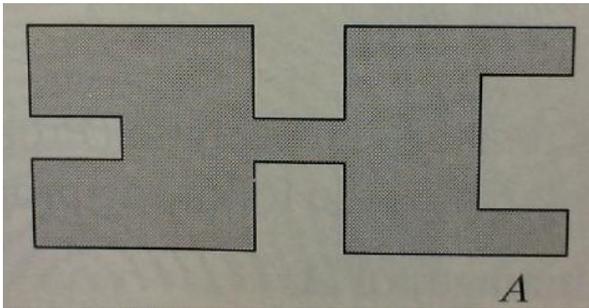
- Erosão de **A** por **B**, seguido da dilatação do resultado por **B**

- **Fechamento**

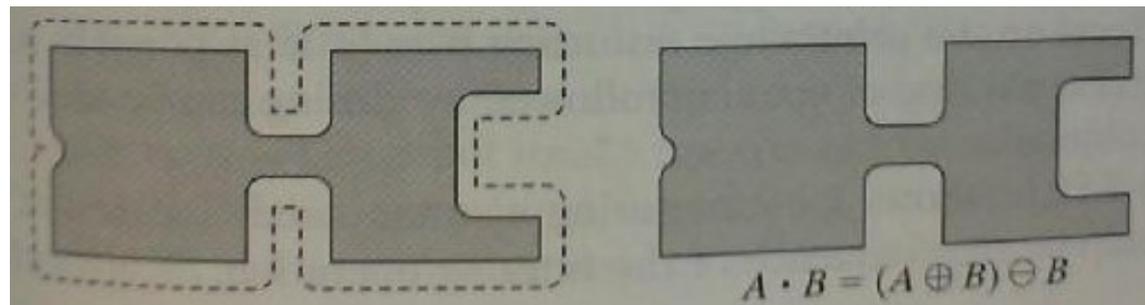
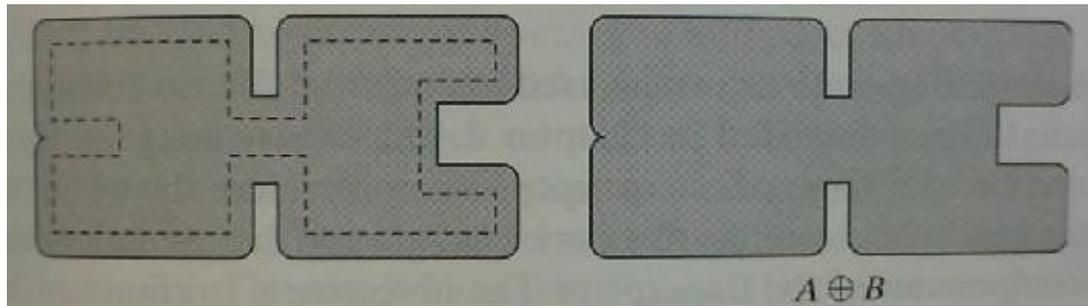
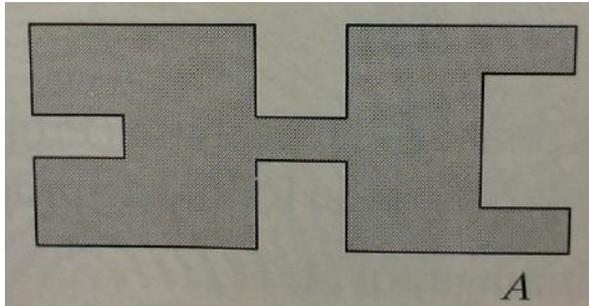
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

- Dilatação de **A** por **B**, seguido da erosão do resultado por **B**

Abertura: exemplos



Fechamento: exemplos



Abertura & Fechamento

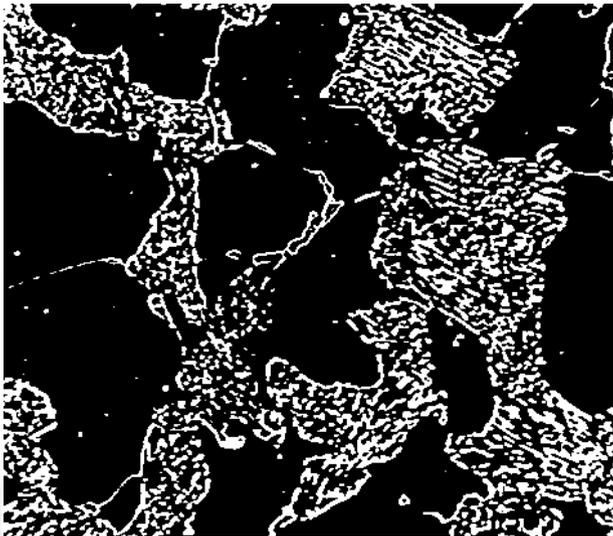
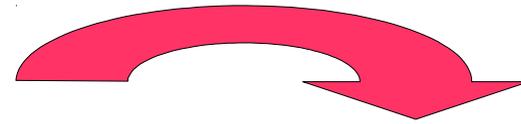
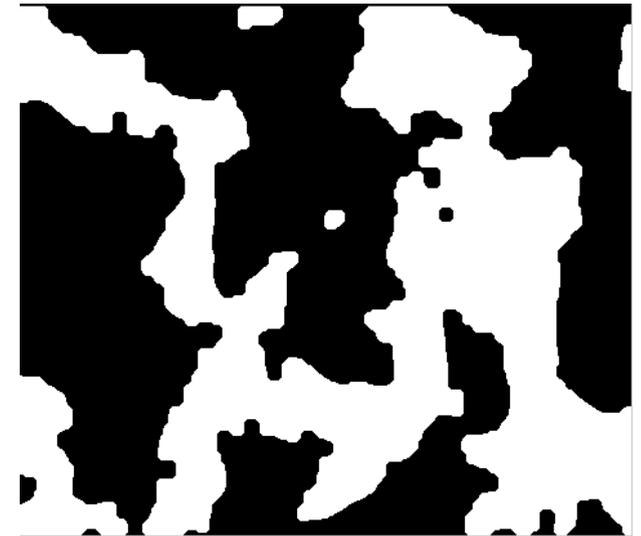


Imagem de entrada

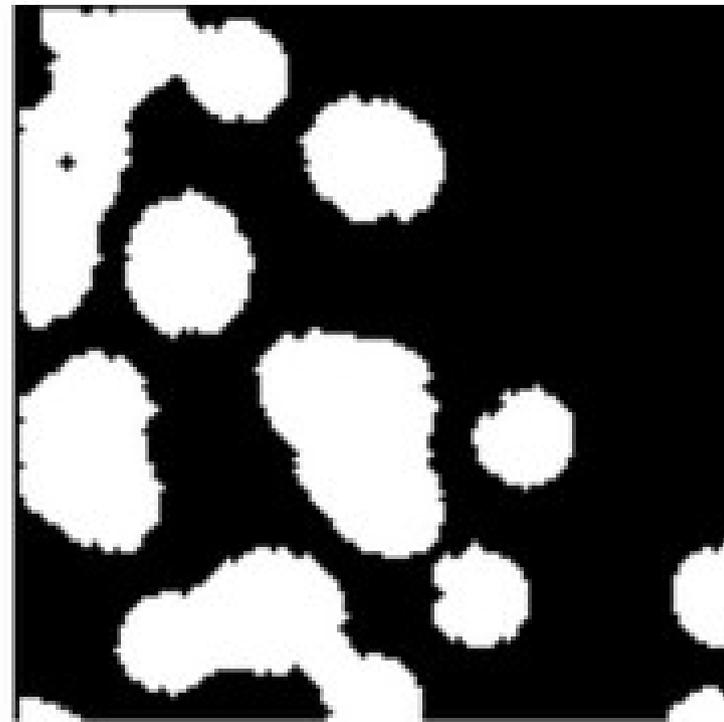
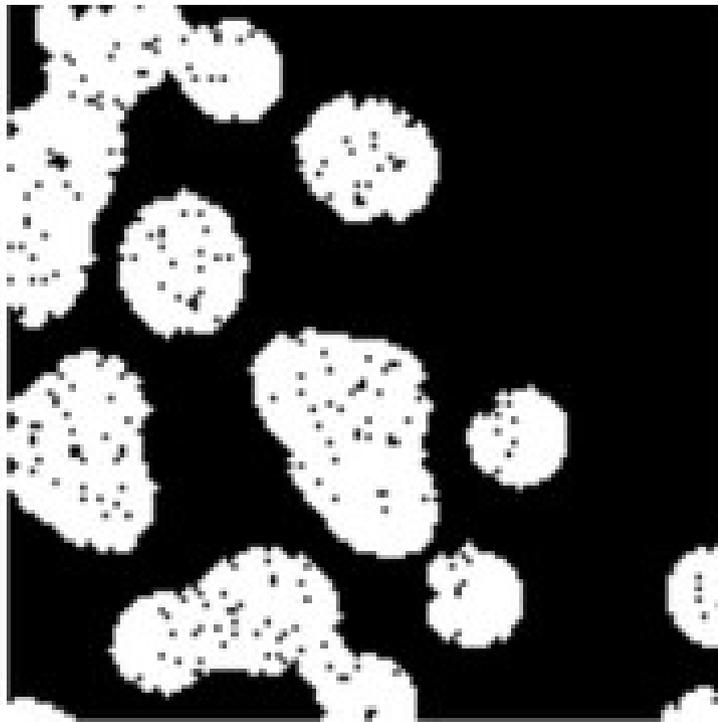


Fechamento
(disk 6)



Abertura
(disk 6)

Fechamento

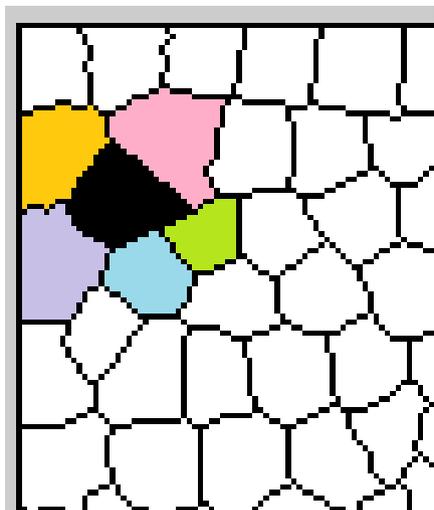


Preenchimento de buracos

Pergunta: indique um “efeito colateral” indesejado

Exemplo de aplicação

- Para cada célula, detectar suas vizinhas.



Algoritmo:

1) ???

2) ???

3) ???

4) ???

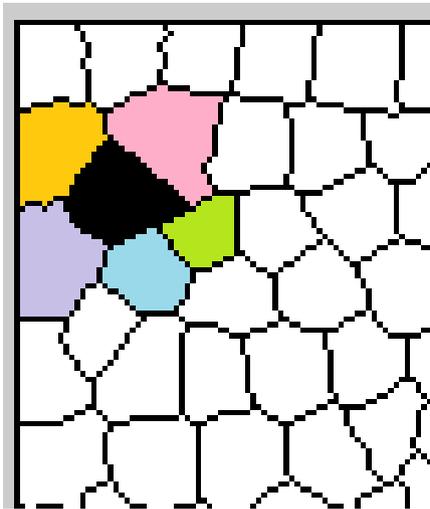
.

.

.

Exemplo de aplicação

- Para cada célula, detectar suas vizinhas.



Algoritmo básico:

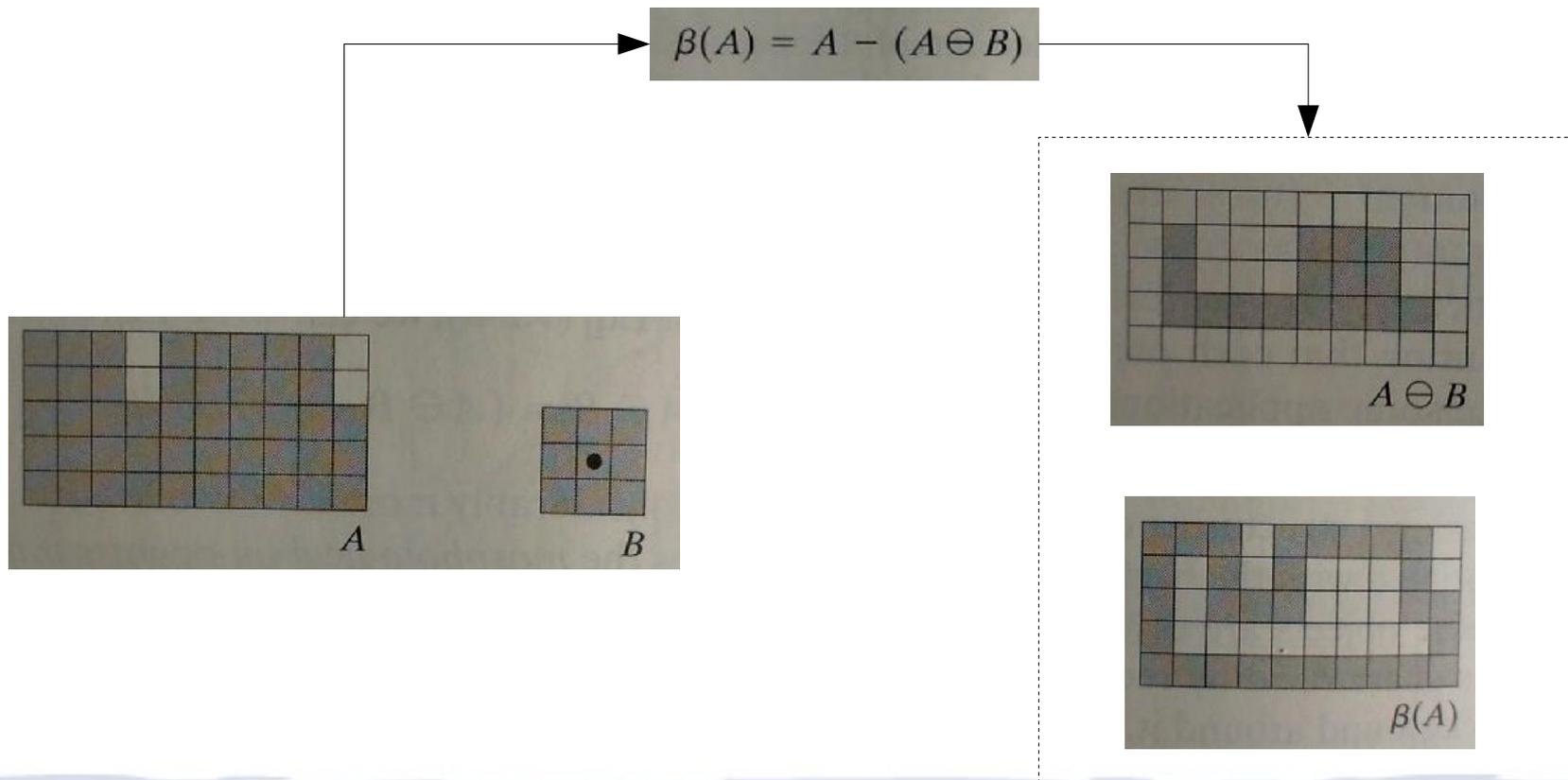
- 1) Detectar componentes conexos (vizinhança-4) para adquirir o número de componentes e *labels*
- 2) Para cada componente conexo, aplicar uma dilatação (imagem auxiliar)
- 3) Verificar quais células (das demais) tem interseção com os pixels dilatados (usando uma operação lógica)

Algoritmos morfológicos básicos

- Extração de fronteiras
- Preenchimento de regiões
- Esqueletização

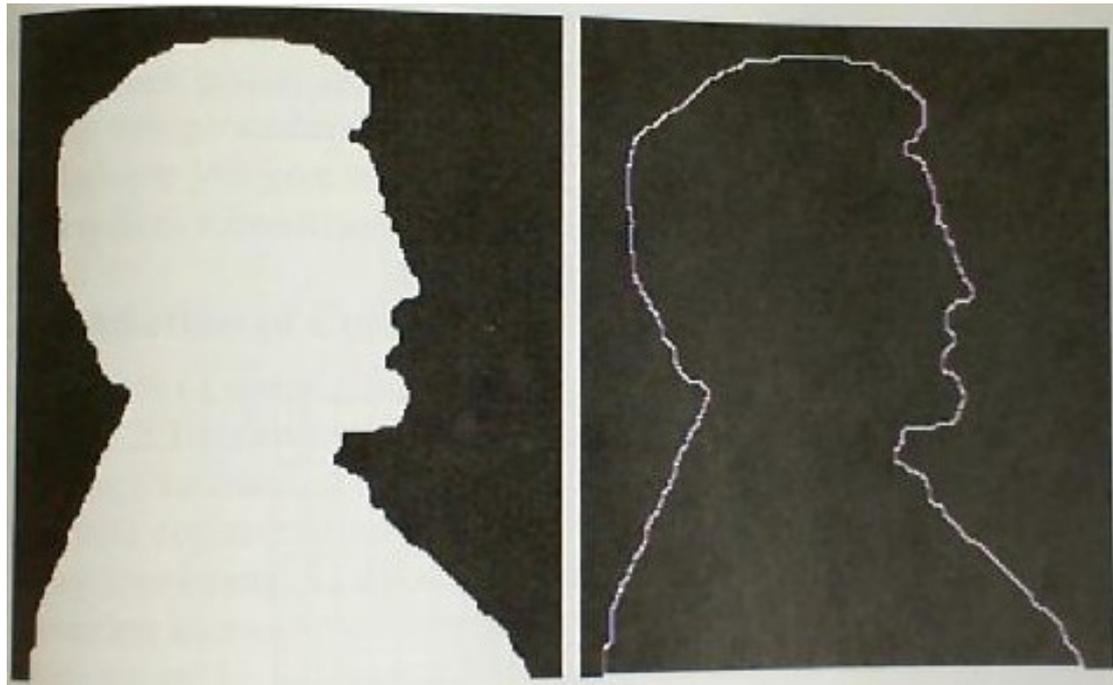
Extração de fronteiras

- A fronteira de um conjunto **A**, denotada por $\beta(\mathbf{A})$, pode ser obtida através da erosão de **A** por **B**, seguido da diferença de conjuntos entre **A** e sua erosão.



Extração de Fronteiras

- Exemplo prático:



Preenchimento de regiões

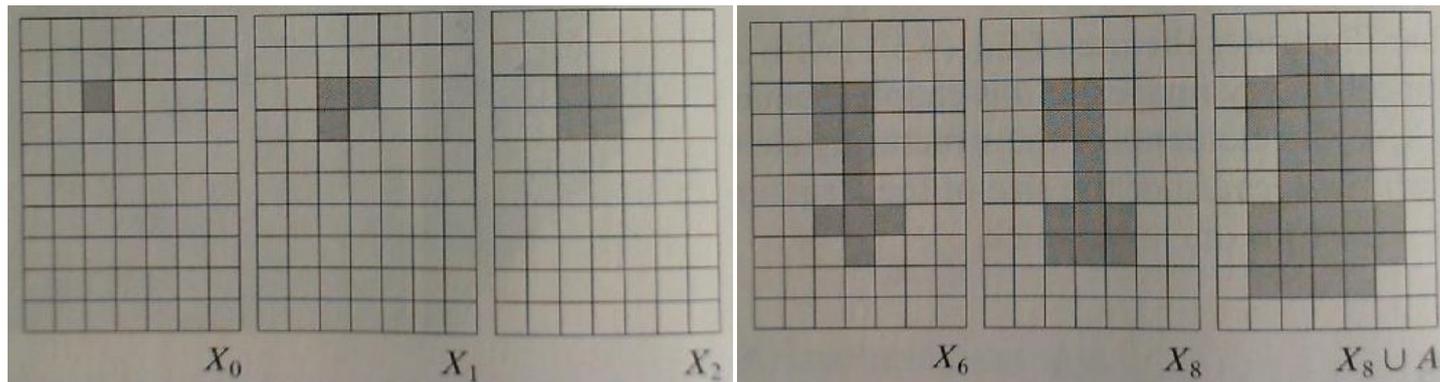
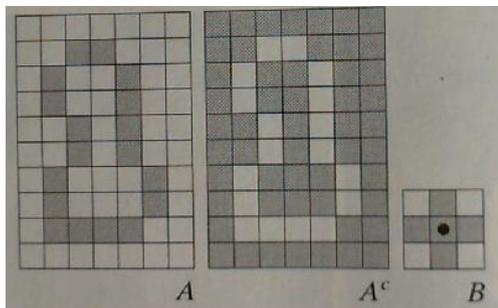
- *Hole filling*: região do *background* rodeada por uma borda conectada de pixels do *foreground*.
 - **A** denota o conjunto, contendo um subconjunto cujos elementos são pontos de fronteira (conectados-de-8) de uma região.
 - A partir de um ponto p dentro da fronteira, o objetivo é preencher a região completamente com 1.

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Condição de parada: $X_k = X_{k-1}$

Preenchimento de regiões

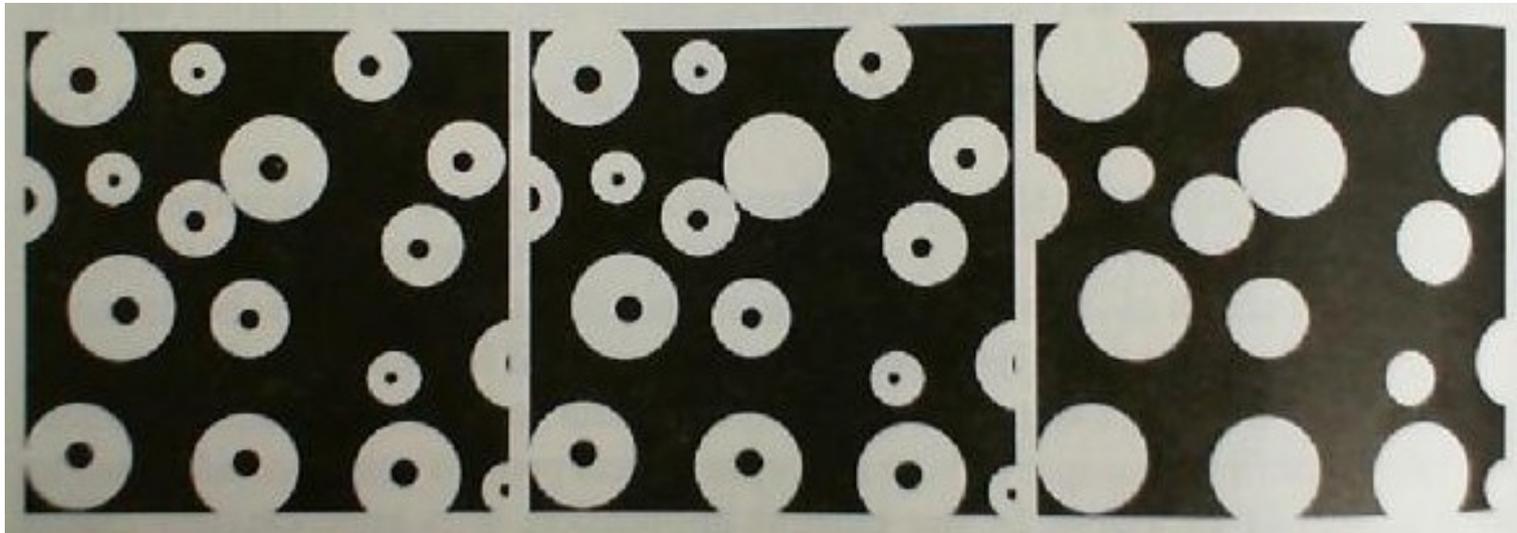
- Exemplo:



$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Preenchimento de regiões

- Exemplo prático:



Preenchimento de regiões

- Drawback:

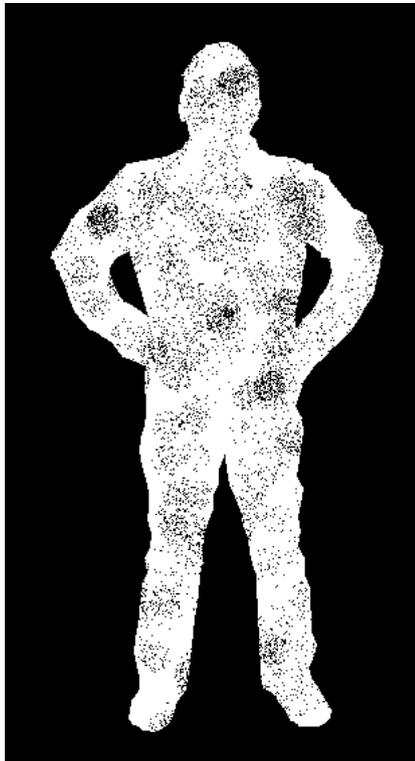
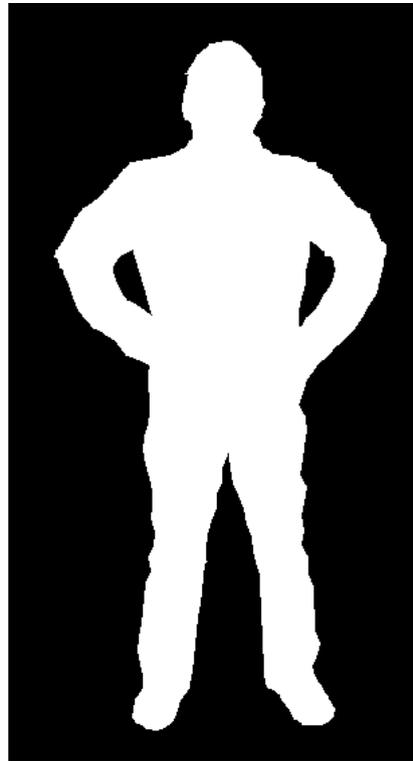


Imagem de entrada



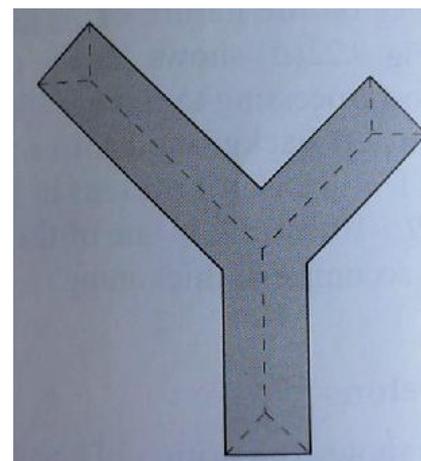
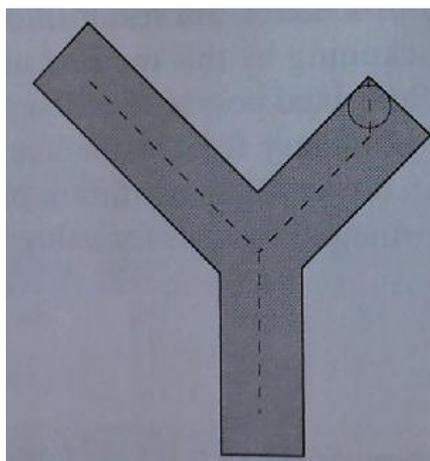
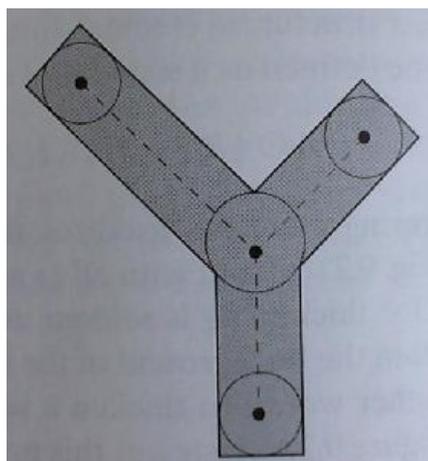
Resultado desejado



Resultado após
preenchimento
de regiões

Esqueletização

- Denotado por $S(A)$, pode ser deduzido a partir de:
 - Se z é um ponto em $S(A)$ e $(D)_z$ é o maior disco centrado em z e contido em A
 - O disco $(D)_z$ toca os limites de A em dois ou mais pontos



Esqueletização

- Pode ser expressa em termos de operações de erosão e abertura.

$$S(A) = \bigcup_{k=0}^K S_k(A)$$

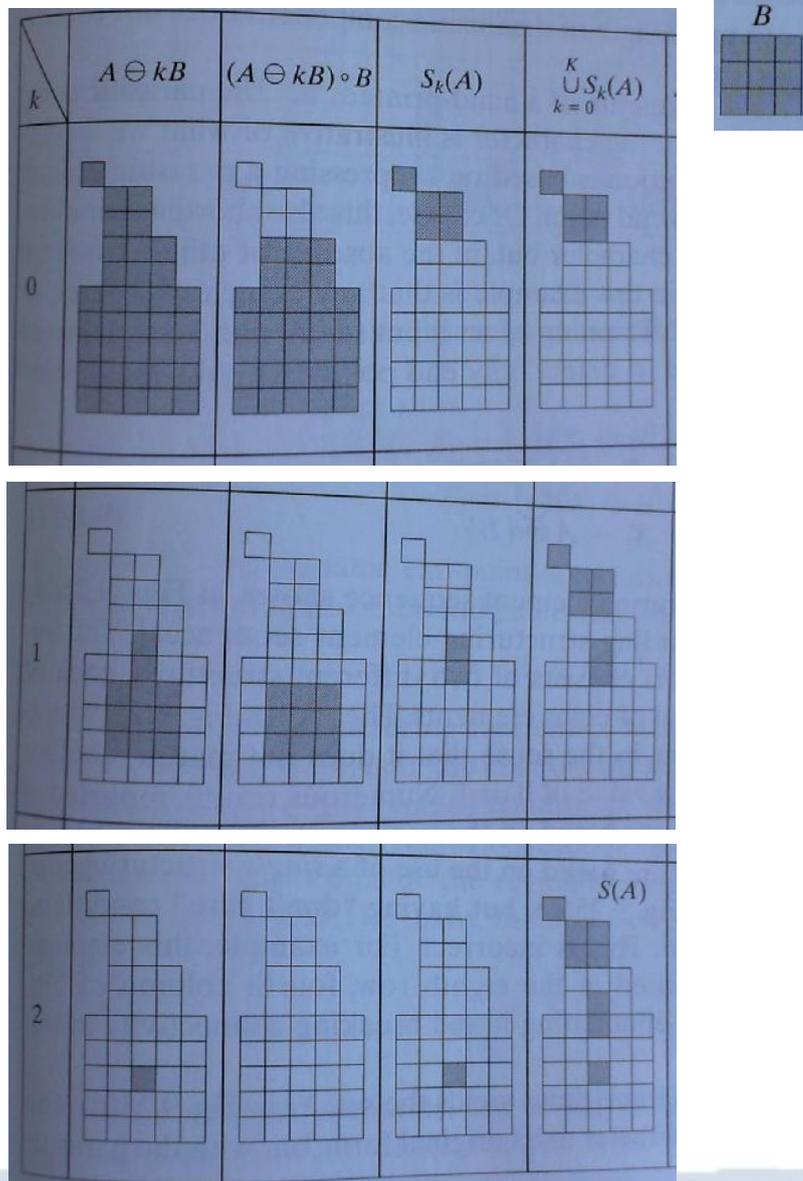
$$S_k(A) = (A \ominus kB) - (A \ominus kB) \circ B$$

$$(A \ominus kB) = ((\dots ((A \ominus B) \ominus B) \ominus \dots) \ominus B)$$

$$K = \max\{k | (A \ominus kB) \neq \emptyset\}$$

Esqueletização

- Exemplo:

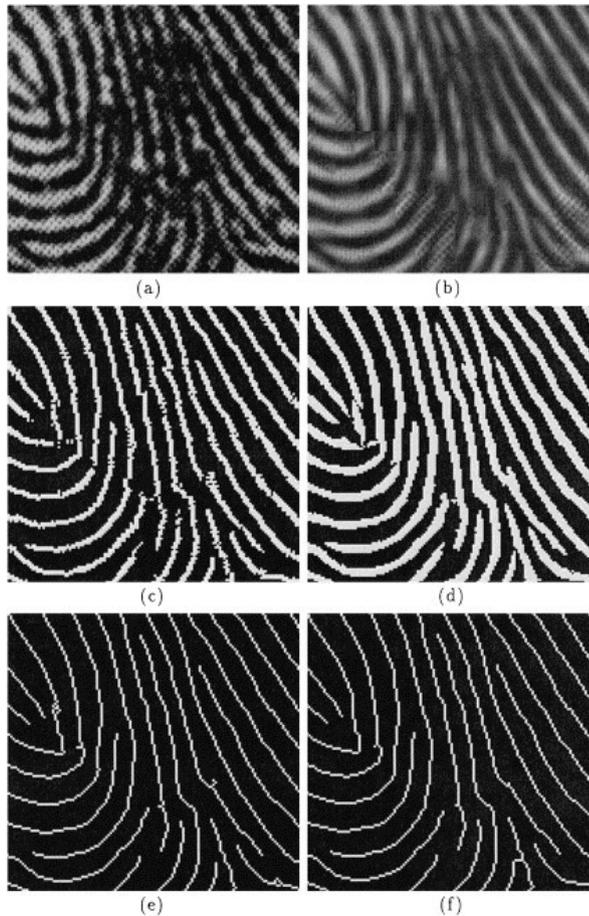


Nas colunas, respectivamente:

- erosão
- abertura
- diferença
- união

Esqueletização

- Exemplos práticos:



Home work

- Ler uma imagem do arquivo (RGB)
- Transformar para escala de cinza
- Binarizar a imagem em escala de cinza (defina um limiar qualquer)
 - Na imagem resultante, calcular e exibir os componentes conexos
 - Eliminar componentes com área menor que um limiar de área (defina)
 - Exibir o número de objetos com área superior ao limiar definido
 - Aplicar ao resultado operações morfológicas (diversas – dilatação, erosão, abertura, fechamento) → testar com elementos estruturantes variados
- Exibir resultado em tela e salvar em disco