

ORGANIZAÇÃO E ARQUITETURA DE COMPUTADORES I

Portas Lógicas (continuação)

Circuitos Combinacionais

Minimização Booleana

- **A complexidade de uma função Booleana reflete a complexidade combinacional do circuito que a implementa**
 - Minimizar uma função Booleana pode implicar a redução da complexidade do circuito que a implementa
- **As minimizações são normalmente feitas em lógicas de 2 níveis ou lógica multinível**
- **Combinações não especificadas (saídas don't care) podem ser utilizadas para melhorar a minimização**
- **Existem diversos algoritmos de minimização Booleana, mas como o algoritmo é de natureza NP-Completo, quando o número de variáveis envolvida cresce utilizam-se algoritmos heurísticos para a obtenção de boas minimizações**
 - Os algoritmos se baseiam nas propriedades da Álgebra Booleana e, geralmente, em algumas heurísticas
 - Para minimizações com poucas variáveis (até 6) podem ser utilizados Mapas de Karnaugh (lógica de 2 níveis)
 - Um exemplo de ferramenta para minimizar de forma heurística funções com muitas variáveis é o espresso (ferramenta acadêmica)

Combinações Não-Especificadas

- Muitas especificações de sistemas implementadas de forma combinacional podem partir de um número de entradas que gera mais combinações que as especificadas
 - Combinações não-especificadas podem assumir qualquer valor → não devem ocorrer

- **Exemplo:**

- Conversor BCD (decimal codificado em binário) necessita de 4 bits para codificar 10 números. Porém, 4 bits permite codificar 16 números → 6 combinações são do tipo não especificadas

A	B	C	D	Saída
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	2
0	0	1	1	3
0	1	0	0	4
0	1	0	1	5
0	1	1	0	6
0	1	1	1	7
1	0	0	0	8
1	0	0	1	9
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

Combinações não-especificadas

Propriedades da Álgebra Booleana

- Postulados

$A \cdot 0 = 0$	$A + 0 = A$	$A + 1 = 1$	$A \cdot 1 = A$
$A + \bar{A} = 1$	$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + A = A$	$A \cdot A = A$

- Propriedade Comutativa

$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
-----------------	-------------------------

- Propriedade Associativa

$(A + B) + C = A + (B + C)$	$(A \cdot B) \cdot C = (B \cdot C) \cdot A$
-----------------------------	---

- Propriedade Distributiva

$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

- Teorema de De Morgan

$\overline{A \cdot B \cdot C \dots} = \overline{A + B + C + \dots}$	$\overline{A + B + C + \dots} = \overline{A \cdot B \cdot C \dots}$
---	---

Minimização Aplicando as Leis da Álgebra Booleana

- **Aplicando os postulados e leis da álgebra Booleana as funções Booleanas podem ser minimizadas**
 - O circuito equivalente pode ser menor
 - Variáveis de entrada podem ser eliminadas da função equivalente

- **Exemplos:**

a) $S1 = X \cdot Y + X \cdot \bar{Y} \rightarrow X$

b) $S2 = X + X \cdot \bar{Y} \rightarrow X$

c) $S4 = \overline{(X + Y + \bar{Z}) \cdot (X + \bar{Y} + Z + \bar{W})} \cdot 0 \rightarrow 1$

d) $S5 = 1 + \overline{X \cdot \bar{Y} \cdot Z + W \cdot Z + Z \cdot Y} \rightarrow 1$

e) $S6 = X \cdot Y + \overline{(X + \bar{Y}) \cdot (\bar{X} + Y)} \rightarrow X + Y$

f) $S3 = \overline{(\bar{X} + \bar{Y} + \bar{Z}) \cdot (\bar{X} + \bar{Y} + Z) \cdot (\bar{X} + Y + \bar{Z}) \cdot (\bar{X} + Y + Z)} \rightarrow X$

Minimização com Mapas de Karnaugh

- Mapas de Karnaugh são formas de agrupar graficamente produtos vizinhos, permitindo uma minimização visual

S_1

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	X	0	0
01	1	X	X	0
11	1	1	X	1
10	1	1	X	1

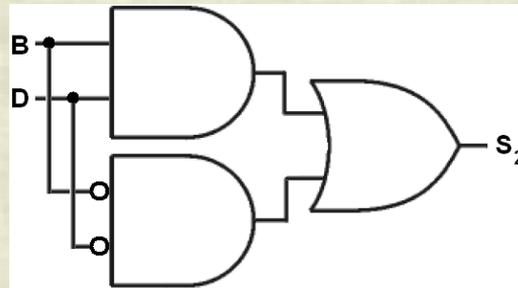
$$S_1 = B\bar{C} + A$$



S_2

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	X
01	0	1	X	0
11	0	X	1	0
10	X	0	0	1

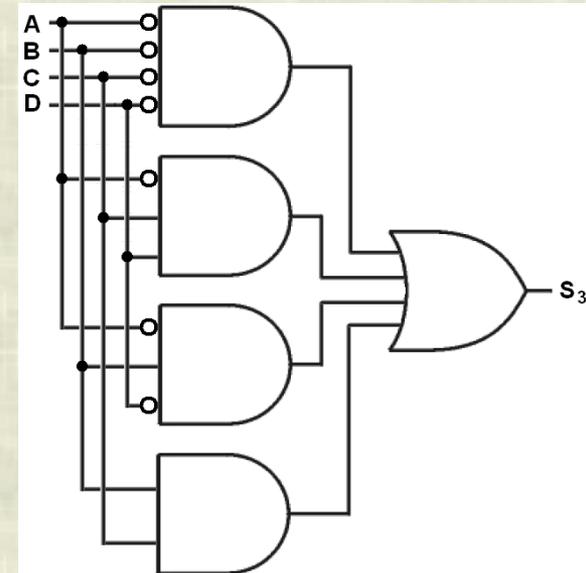
$$S_2 = BD + \bar{B}\bar{D}$$



S_3

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	1	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	0	0

$$S_3 = \bar{A}\bar{C}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}CD + \bar{A}BD + BC$$



Exercícios

Extraia as funções lógicas e implemente as mesmas utilizando portas lógicas. Se possível reduza a complexidade das funções Booleanas (minimize)

- 1. Uma escola tem sua diretoria constituída pelos seguintes elementos: Diretor, Vice-Diretor, Secretário e Tesoureiro. Uma vez por mês esta diretoria se reúne para decidir sobre diversos assuntos, sendo que as propostas são aceitas ou não através de votação. Projete um circuito que acenda uma lâmpada caso a proposta seja aprovada pela diretoria, considerando que devido ao número de elementos da diretoria ser par, o sistema adotado é o seguinte:**
 - Maioria absoluta - a proposta é aceita ou não se no mínimo 3 elementos são, respectivamente, a favor ou contra;**
 - Empate - vence o voto dado pelo diretor**
- 2. Uma estufa deve manter a temperatura interna sempre na faixa entre 15°C e 20°C. Projete um circuito combinacional para fazer o controle da temperatura desta estufa através do acionamento de um aquecedor A ou um resfriador R sempre que a temperatura interna cair abaixo de 15°C ou subir acima de 20°C Considere que foram instalados internamente dois sensores de temperatura que fornecem níveis lógicos 0 e 1 nas seguintes condições:**
 - T1 = 1 para temperatura $\geq 15^\circ\text{C}$**
 - T2 = 1 para temperatura $\geq 20^\circ\text{C}$**

Exercícios

3. O código de paridade é bastante utilizado em protocolos e redes de comunicação. Para se obter a paridade, deve-se contar quantos bits iguais a um possui o sinal. A seguir, deve-se verificar se a quantidade de bits iguais a um é par ou ímpar. Construa um circuito para analisar todos os valores entre zero e nove (convertidos para binário) e acender uma lâmpada sempre que a paridade for par.
4. Pedro, ao tentar consertar o módulo eletrônico de um carrinho de brinquedos, levantou as características de um pequeno circuito digital incluso no módulo. Verificou que o circuito tinha dois bits de entrada, x e y , e um bit de saída. Os bits x e y eram utilizados para representar valores de inteiros de 0 a 3 (x , o bit menos significativo e y , o bit mais significativo). Após testes, Pedro verificou que a saída do circuito é 0 para todos os valores de entrada, exceto para o valor 2. Qual é o circuito que está sendo verificado?
5. Uma empresa deve manter a pressão interna de botijões entre 18 Atm e 20 Atm (Atmosferas, unidade de medida de pressão). Projete um circuito para fazer o controle de pressão dos botijões de gás, através do controle V (vazio) ou C (cheio). Quando a pressão está na faixa desejada, significa $C = V = 0$. Considere instalados internamente dois sensores de pressão ($P1$ e $P2$), que fornecem os níveis lógicos “0” e “1”, nas seguintes condições:
 - $P1 = 1$ para pressão ≥ 18 Atm
 - $P2 = 1$ para pressão ≥ 20 Atm

Exercícios

6. Um investidor propôs a seguinte técnica para ganhar dinheiro no mercado de capitais:

- Comprar ações sempre que o dividendo pago por estas for maior que o pago por títulos de dívida
- Comprar títulos de dívida sempre que o dividendo pago por estes for maior que o pago por uma ação. A menos que a taxa de crescimento das ações tenha sido de no mínimo 25% ao ano nos últimos 5 anos. Neste caso deve ser adquirido ação

Para este fim, foi feito um sistema computacional com três entradas:

1. Uma para informar que os dividendos pagos pelas ações são maiores que os pagos pelos títulos
2. Uma para informar que os dividendos pagos pelos títulos são maiores que os pagos pelas ações
3. Uma para informar que a taxa de crescimento das ações é superior a 25% ao ano nos últimos 5 anos

O sistema contém, também, duas saídas (duas lâmpadas). Uma para acender caso a escolha seja uma ação e outra para acender caso a escolha seja um título