Transformações 3D

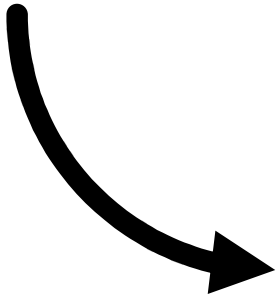
Soraia Raupp Musse

Translação – Coord. Homogêneas

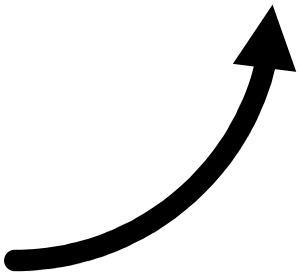
$$\vec{p}' = \vec{p} + \vec{t}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \frac{x'}{w'} = \frac{x}{w} + t_x \\ \frac{y'}{w'} = \frac{y}{w} + t_y \end{cases}$$



$$\begin{cases} x' = x + wt_x \\ y' = y + wt_y \\ w' = w \end{cases}$$



Escala – Coord. Homogêneas

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix}$$

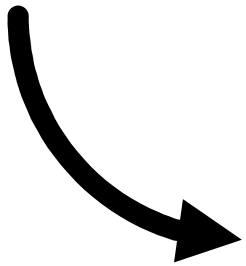
$$\begin{cases} x' = s_x x \\ y' = s_y y \\ w' = w \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x'}{w'} = s_x \frac{x}{w} \\ \frac{y'}{w'} = s_y \frac{y}{w} \end{cases}$$

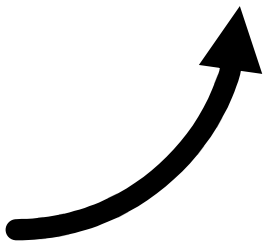
Rotação – Coord. Homogêneas

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \frac{x'}{w'} = \cos\theta \frac{x}{w} - \sin\theta \frac{y}{w} \\ \frac{y'}{w'} = \sin\theta \frac{x}{w} + \cos\theta \frac{y}{w} \end{cases}$$

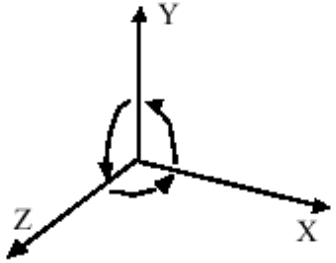


$$\begin{cases} x' = \cos\theta x - \sin\theta y \\ y' = \sin\theta x + \cos\theta y \\ w' = w \end{cases}$$



Transformações 3D

- Translação – glTranslatef(dx, dy, dz)
  - T(dx, dy, dz): $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

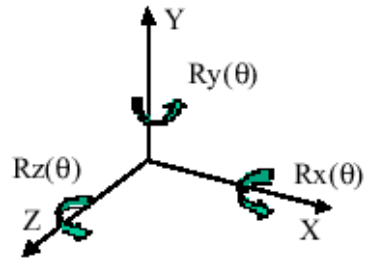


Sistema de Coordenadas
"mão direita"

- Escala – glScalef(Sx, Sy, Sz)
  - S(Sx, Sy, Sz): $\begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Transformações 3D

- Rotação – glRotatef(angle,x,y,z)



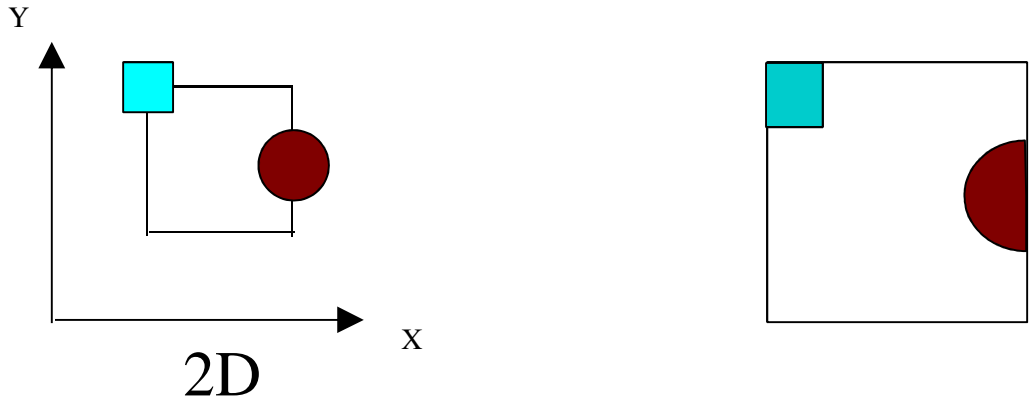
$$R_z(\theta): \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta): \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_x(\theta): \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pipeline de Visualização

- Em 2D as coisas são mais simples
  - Simplesmente especificar uma janela do mundo 2D e uma viewport na superfície de visualização
- A complexidade começa em 3D, pelo fato de termos uma dimensão a mais, mas também pelo fato do dispositivo de exibição ser 2D



Pipeline 2D

- SRO
- SRU
- SRW

(recorte 2D)

- SRV
- SRD

Em 3D? Câmera Sintética

- A metáfora que se utiliza é a de uma câmera sintética em nosso universo

- Podemos mover a câmera para qualquer posição e orientação no espaço

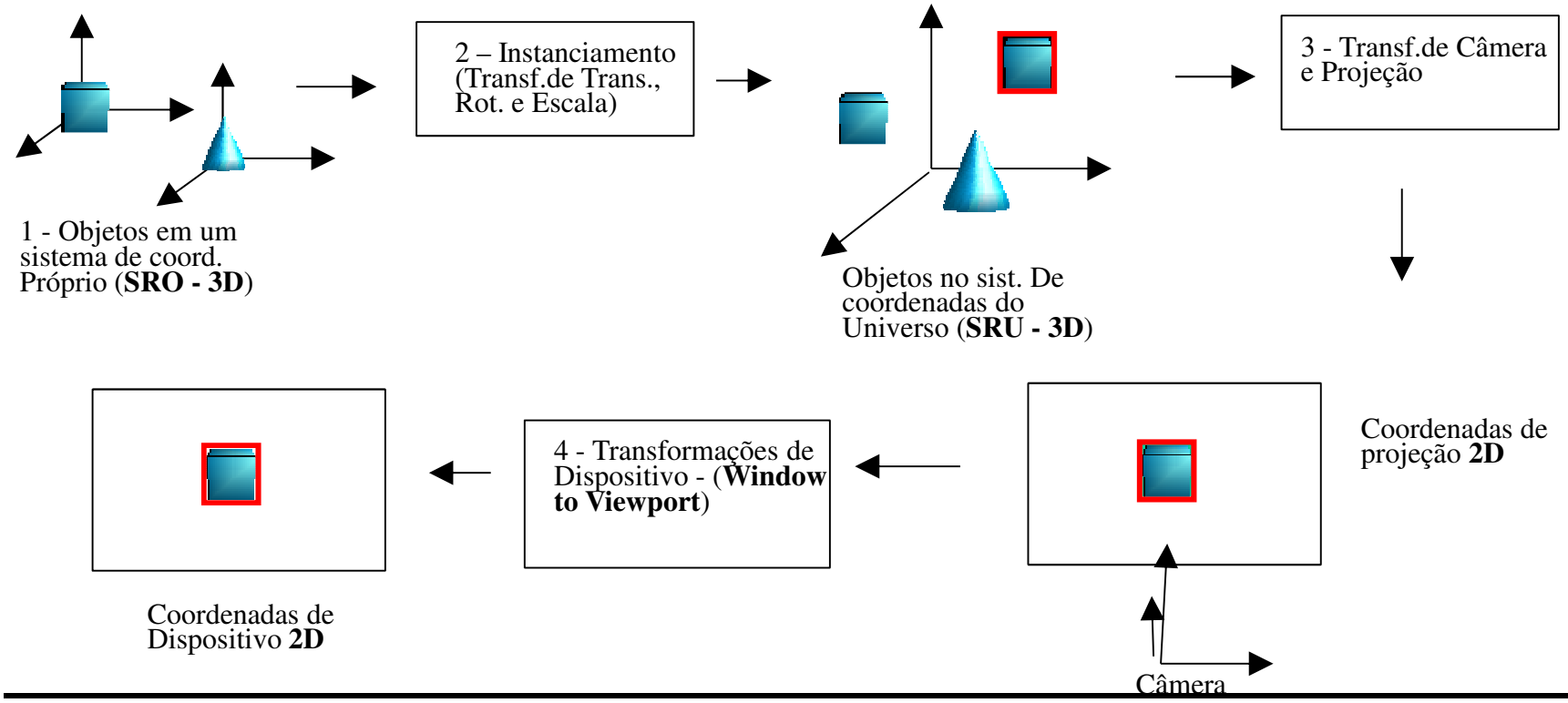
- A câmera pode tirar fotos simples ou tornar-se uma filmadora, que mostra nosso universo de diferentes pontos de vista

- Nossa câmera sintética é um programa de computador que produz, a partir de uma descrição dos objetos, a imagem na tela do computador

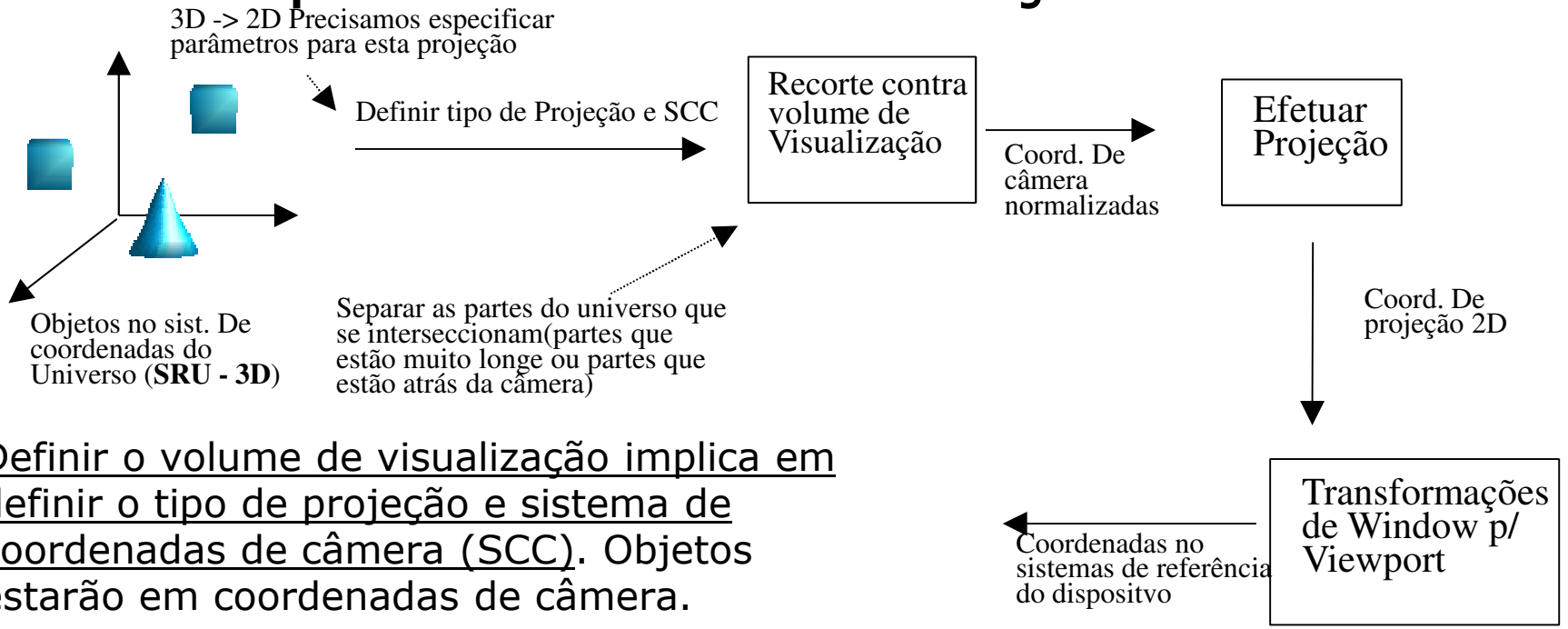
- Especificaremos um sistema de coordenadas próprio

Pipeline de Visualização 3D

- Para tirarmos uma foto virtual, precisamos executar os seguintes passos



Pipeline de Visualização – 3D



- Definir o volume de visualização implica em definir o tipo de projeção e sistema de coordenadas de câmera (SCC). Objetos estarão em coordenadas de câmera.

- Recorte contra o volume de visualização 3D. Coordenadas de câmera 3D normalizadas e recortadas.

- Efetuar projeção (livrar-se de uma dimensão). Coordenadas de projeção.

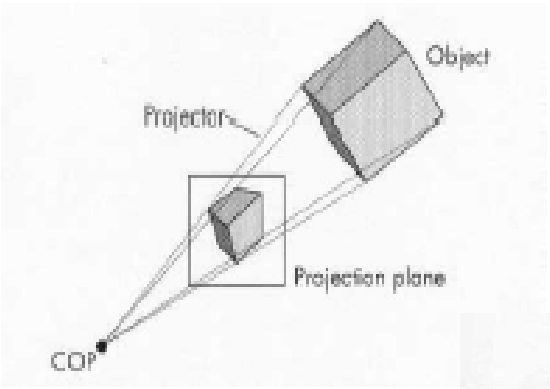
Projeções

- Genericamente, projeções transformam pontos em um sistema de coordenadas com N dimensões em pontos num sistema com dimensão menor do que N

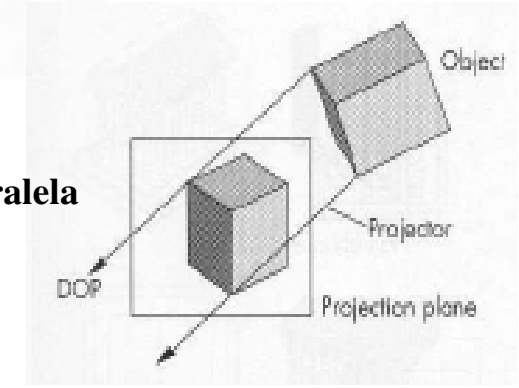
- Para nós interessa apenas o caso de 3D -> 2D

- Projeção de um objeto no espaço através de linhas de projeção, denominadas **raios de projeção**, que têm origem em um **centro de projeção** e passam por cada parte do objeto interseccionando um **plano de projeção** onde finalmente forma-se a imagem 2D

Projeção Perspectiva

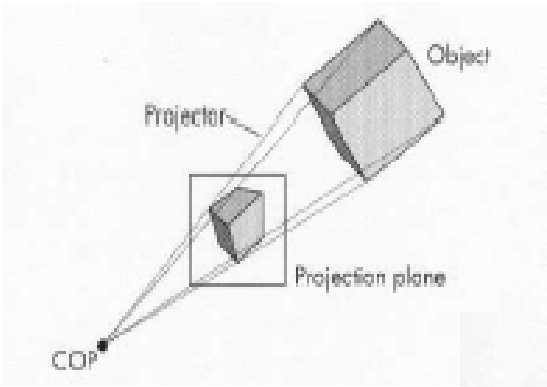


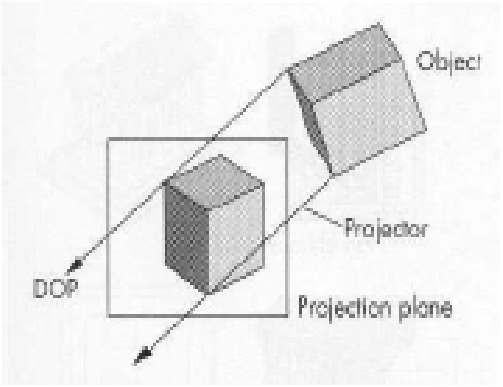
Projeção Paralela



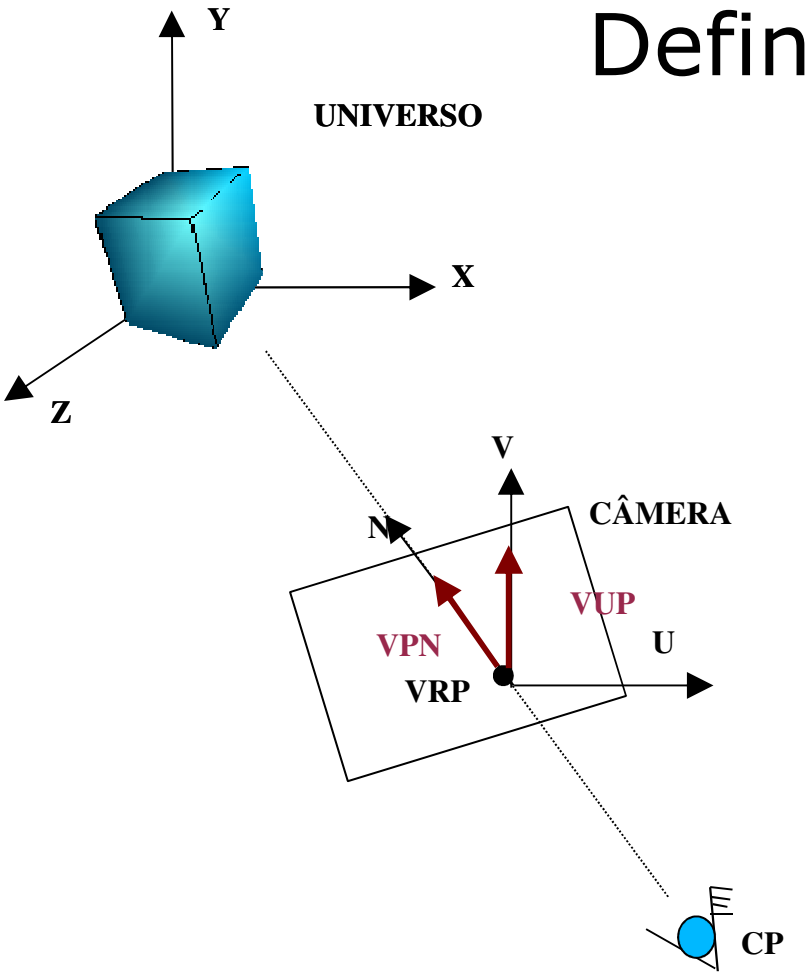
Projeções

- Diferença entre tipos de projeção
  - Centro de Projeção
- Efeito da projeção perspectiva é semelhante ao sistema visual humano
- Projeção perspectiva mais realista, mas não é útil quando precisamos medir as dimensões dos objetos
- Projeção paralela pode ser ortográfica ou oblíqua (raios de projeção não são paralelos a normal ao plano)





Definindo SCC



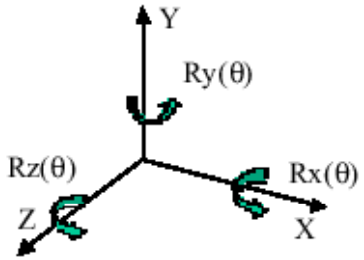
- Precisamos especificar os Sist. De Coordenadas da Câmera (SCC)
  - Plano de Projeção (posição e orientação)
  - Dentro deste plano, a JANELA
  - A posição do olho (Centro de Projeção)
- Especificar VRP (View reference point)
- VPN - View Plane Normal
- VRP + VPN
  Plano de Projeção
- Dimensões da janela de projeção são min e max e necessitam de SR
  - Origem é VRP
  - Um eixo é VPN
  - O segundo eixo é VUP (Indica onde é para cima)
  - Terceiro eixo é produto vetorial de VPN e VUP

Tamanho da window é dado por (u_{min},v_{min}) e (u_{max},v_{max})

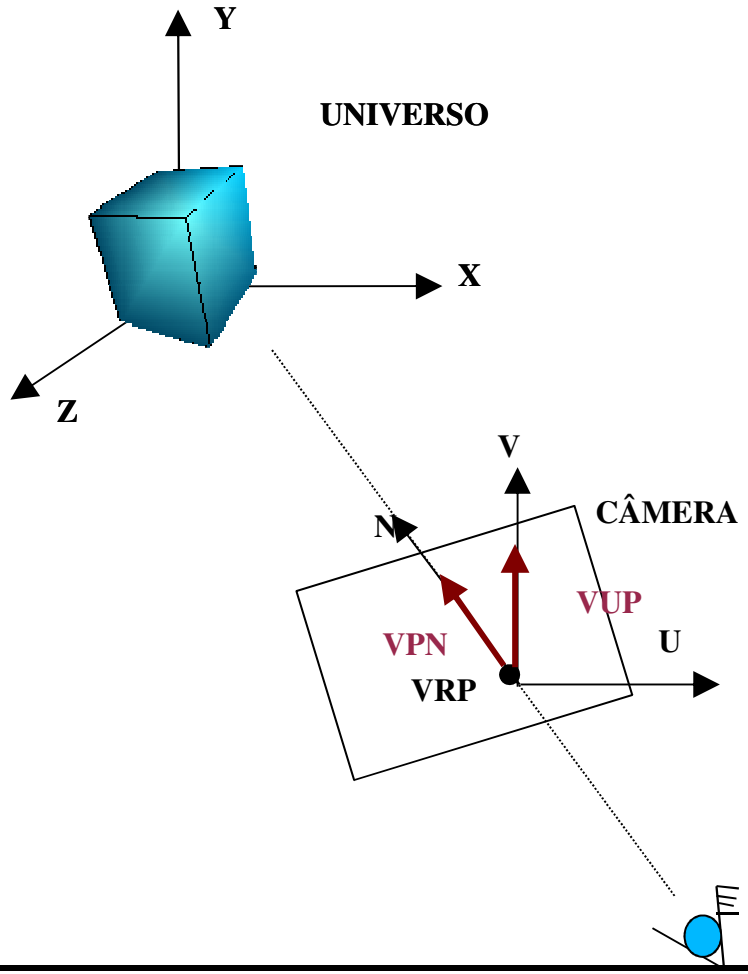
$$\vec{n} = \frac{\overrightarrow{VPN}}{|VPN|} \qquad \vec{u} = \overrightarrow{VUP} \qquad \vec{v} = \vec{n} \times \vec{u}$$

Efeitos de câmera

- Qual o efeito de inverter o VUP?
- Mudar a orientação da câmera



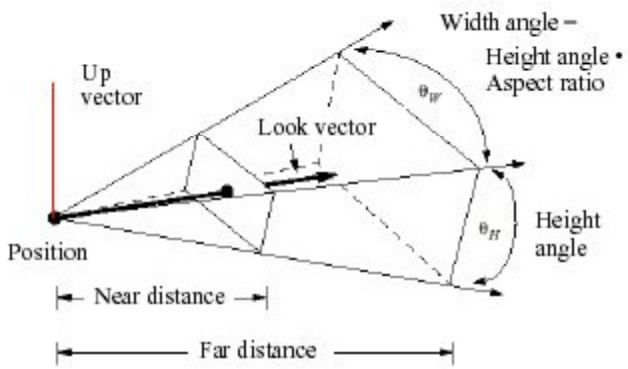
- Mudar a posição da câmera



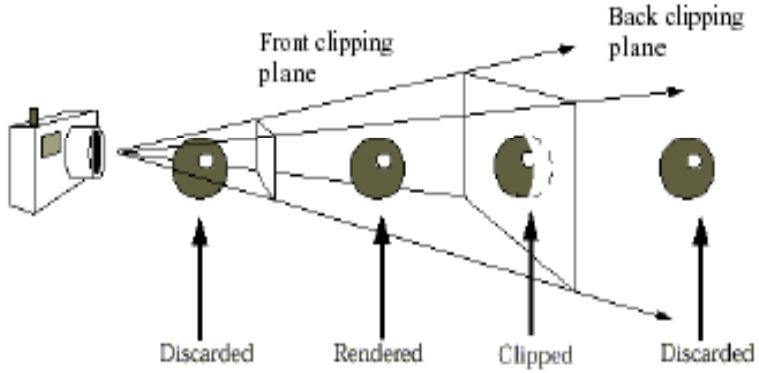
View Volume

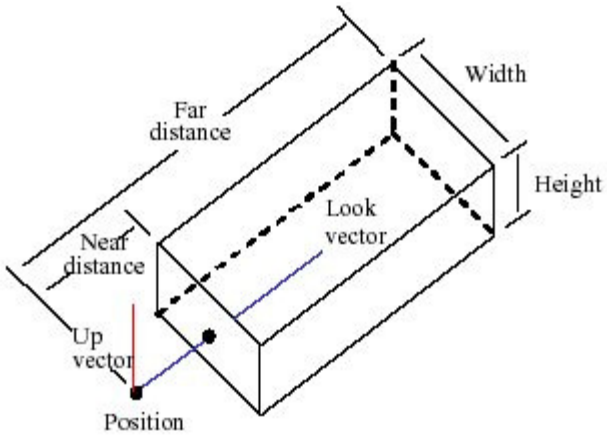
- Finalmente, precisamos definir uma área do espaço que será considerada (o view volume) - Frustrum

- Somente os objetos dentro do view volume serão considerados



Perspectiva - Frustum

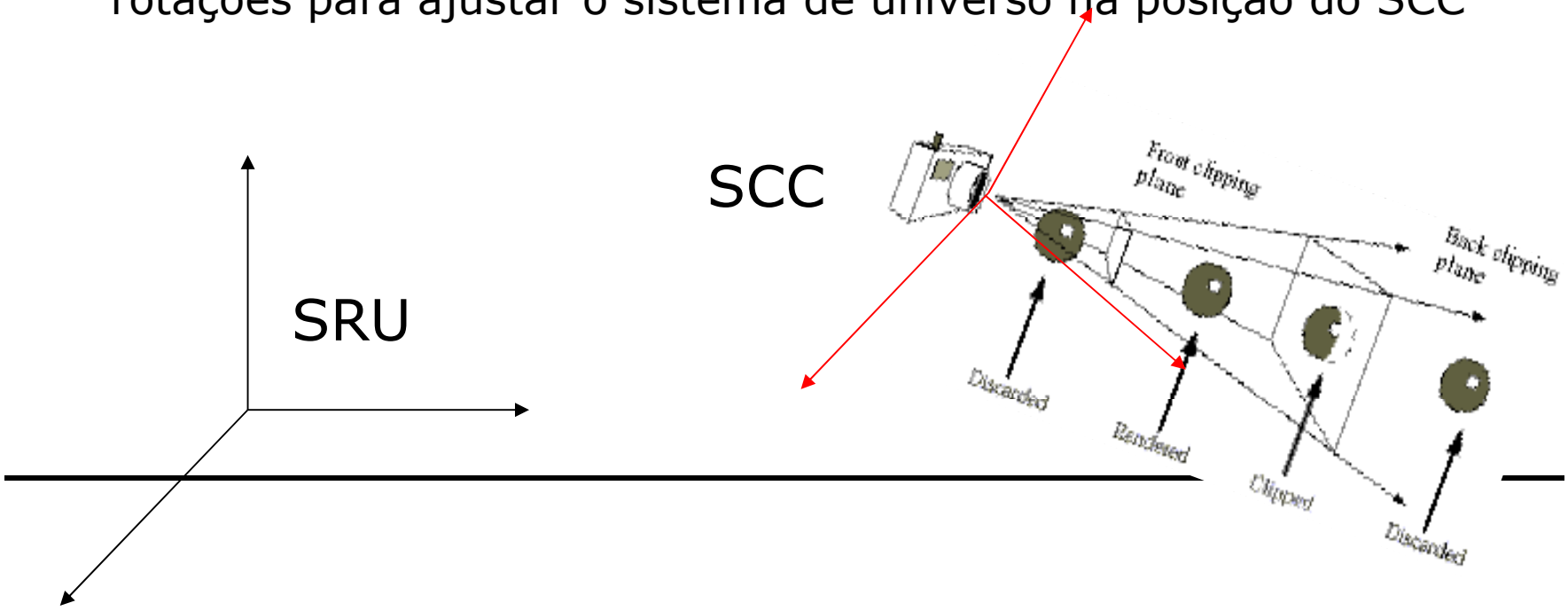




Paralela - Paralelepípedo

Mapeamento das Coordenadas de Universo no SCC

- Uma vez que o SCC é estabelecido, todo o processamento gráfico subseqüente é feito neste sistema
- Transformação do Universo para SCC feita através de uma única matriz M
- Esta transformação envolve uma translação até VRP e 3 rotações para ajustar o sistema de universo na posição do SCC

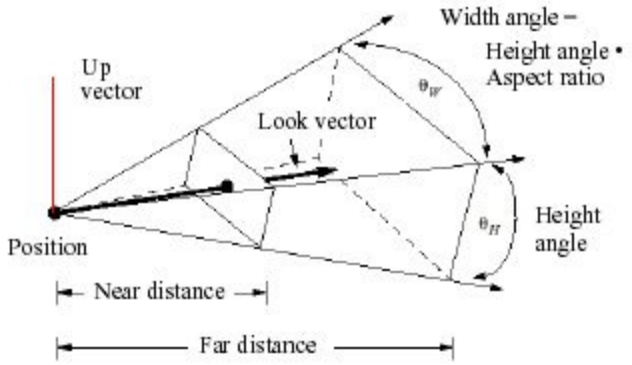


Recorte 3D

- Para o recorte em 3D, veremos a extensão do algoritmo de Cohen-Sutherland em 2D
- O algoritmo de Cohen-Sutherland classifica as extremidades das linhas de acordo com sua posição no espaço em relação ao volume de visualização
- Em 3D, esta classificação é formada por 6 bits de acordo com o seguinte
  - bit 1: ponto está acima do volume
  - bit 2: ponto está abaixo do volume
  - bit 3: ponto está à direita do volume
  - bit 4: ponto está à esquerda do volume
  - bit 5: ponto está atrás do volume
  - bit 6: ponto está à frente do volume

Recorte 3D

- Em 3D, esta classificação é formada por 6 bits de acordo com o seguinte
  - bit 1: ponto está acima do volume
  - bit 2: ponto está abaixo do volume
  - bit 3: ponto está à direita do volume
  - bit 4: ponto está à esquerda do volume
  - bit 5: ponto está atrás do volume
  - bit 6: ponto está à frente do volume
- Todos os bits em 0: Trivialmente aceito
- And <> 0: Trivialmente rejeitado
- Outros casos, a linha deve ser recortada



FUNCIONA PARA FRUSTUM? Considera-se planos…

Recorte 3D

- O recorte da linha implica em encontrar as intersecções da linha com os planos que definem o volume de visualização

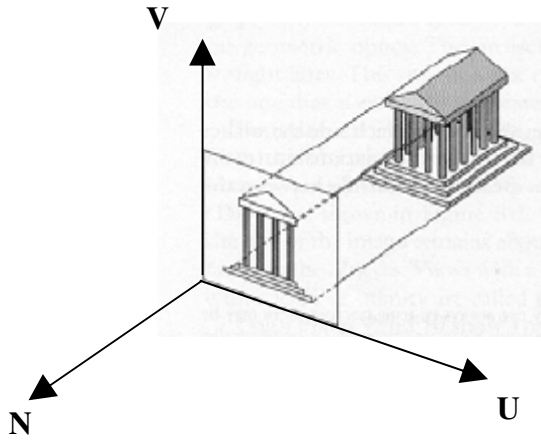
- Os cálculos de intersecção usam a representação paramétrica das linhas

  - P0(x0, y0, z0) para P1(x1, y1, z1)
  - x = x0 + t(x1 - x0)
  - y = y0 + t(y1 - y0)
  - Z = z0 + t(z1 – z0)

- Como t varia de 0 a 1, as três equações dão as coordenadas de todos os pontos na linha, de P0 a P1

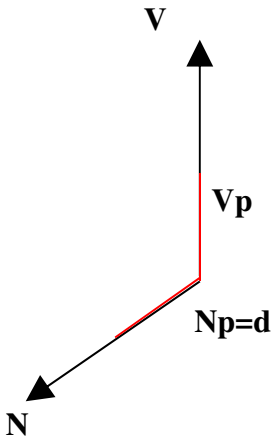
Obtendo Coordenadas de Projeção

- Precisamos "livrar-nos" de uma dimensão
  - Para projeções ortográficas (paralelas) é simples:
    - Basta descartarmos a coordenada **n** no SCC (assumindo o plano de projeção em n = 0)
    - up = u
    - vp = v
    - np = 0 (ou n do pp)

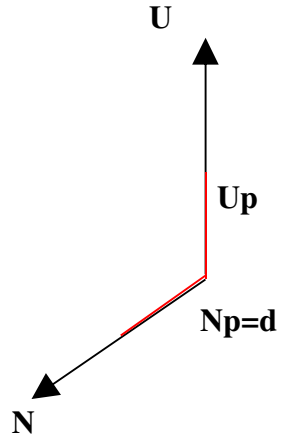


Obtendo Coordenadas de Projeção

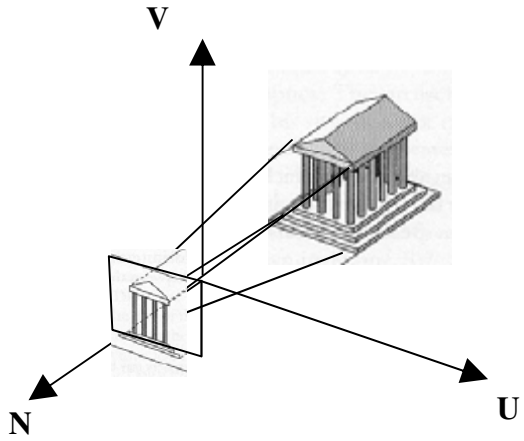
- Para projeções perspectivas?
  - Assumindo que o plano de projeção encontra-se perpendicular ao eixo n do SCC e a uma distância d
    - np = n do PP
    - vp = v/(n/d)
    - up = u/(n/d)



$$\frac{Vp}{d} = \frac{v}{n}$$



$$\frac{Up}{d} = \frac{u}{n}$$



Pipeline 3D

- SRO
- SRU

Definição do volume de visualização (Projeção + SCC)

- SRC

(recorte 3D)

- SRP
- SRV-SRD

Exemplo de código

```
void PosicionaObservador(void)
{
    glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
    glLoadIdentity();
    gluLookAt(0.0,80.0,200.0 (posição), 0.0,0.0,0.0 (look_at),
    0.0,1.0,0.0 (UP));
}

void EspecificaParametrosVisualizacao(void)
{
    glMatrixMode(GL_PROJECTION);
    glLoadIdentity();
    gluPerspective(angle (altura do frustum em y), fAspect (x/y),0.5
    (NEAR), 500 (FAR));
    PosicionaObservador();
}
```